



## Testbeispiel RAURIS – Der Einfluß von Lotabweichungen und ellipsoidischen Höhen auf die Auswertung eines Triangulierungsoperates

Josef Zeger <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Schiffamtsgasse 1-3, 1020 Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **71** (3), S. 129–144

1983

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Zeger_VGI_198313,  
Title = {Testbeispiel RAURIS -- Der Einflu{\ss} von Lotabweichungen und  
        ellipsoidischen H{"o}hen auf die Auswertung eines Triangulierungsoperates  
        },  
Author = {Zeger, Josef},  
Journal = {{{"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen und  
        Photogrammetrie},  
Pages = {129--144},  
Number = {3},  
Year = {1983},  
Volume = {71}  
}
```



# Testbeispiel RAURIS

## Der Einfluß von Lotabweichungen und ellipsoidischen Höhen auf die Auswertung eines Triangulierungsoperates

Von Josef Zeger, Wien

### Zusammenfassung

Ein Teilgebiet eines Triangulierungsoperates im Raum RAURIS wurde in verschiedenen Berechnungsvarianten ausgewertet. Einer Berechnung im herkömmlichen Sinn wurde eine Auswertung allein unter Berücksichtigung der Lotabweichungen gegenübergestellt. In zwei weiteren Varianten wurden zusätzlich noch auf unterschiedlichen Annahmen beruhende Refraktionsänderungen berücksichtigt. In den Ergebnissen zeigten sich bemerkenswerte Auswirkungen nicht nur in der Berechnung der Höhen, sondern auch in den reduzierten Strecken (Streckenänderungen bis 166 mm) und in den Punktlagen (Lageänderung bis 138 mm).

### Summary

Part of a horizontal network in the region of RAURIS was computed in different ways. A computation done with the usual formulas was compared to a computation which in addition made use of the vertical deflections. The varying refraction coefficient was taken into consideration in two other computations. The results show a remarkable change of the heights, in the reduced distances (changes up to 166 mm), and in the positions of the points (changes up to 138 mm).

### 1. Einleitung

Für eine Untersuchung über die Größe des Einflusses der Lotabweichungen auf die Lage- und Höhenberechnung bei einem Triangulierungsoperat im Bergland wurde ein Teilbereich aus dem Triangulierungsoperat RAURIS S-100/1976 des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen ausgewählt, welcher die folgenden Triangulierungspunkte umfaßt:

19—154	36—154	90—154	98—154
26—154	39—154	92—154	99—154
29—154	53—154	95—154	100—154
32—154	87—154	96—154	102—154

Die auf diesen Triangulierungspunkten (TP) durchgeführten Richtungs-, Höhenwinkel- und Streckenmessungen bilden die Grundlage der vorgenommenen Testberechnungen.

In diesem Gebiet wurden auf sechs Punkten die Oberflächenlotabweichungen aus astrogeodätischen Messungen abgeleitet (= M), für die restlichen Punkte des Testgebietes wurden die Oberflächenlotabweichungen aus einer Interpolation gewonnen (= I) (siehe nachstehende Tabelle 1).

Die Abbildung 1 zeigt eine Beobachtungsskizze für das Testbeispiel, die Abbildung 2 veranschaulicht die Größe und Richtung der Lotabweichungen.

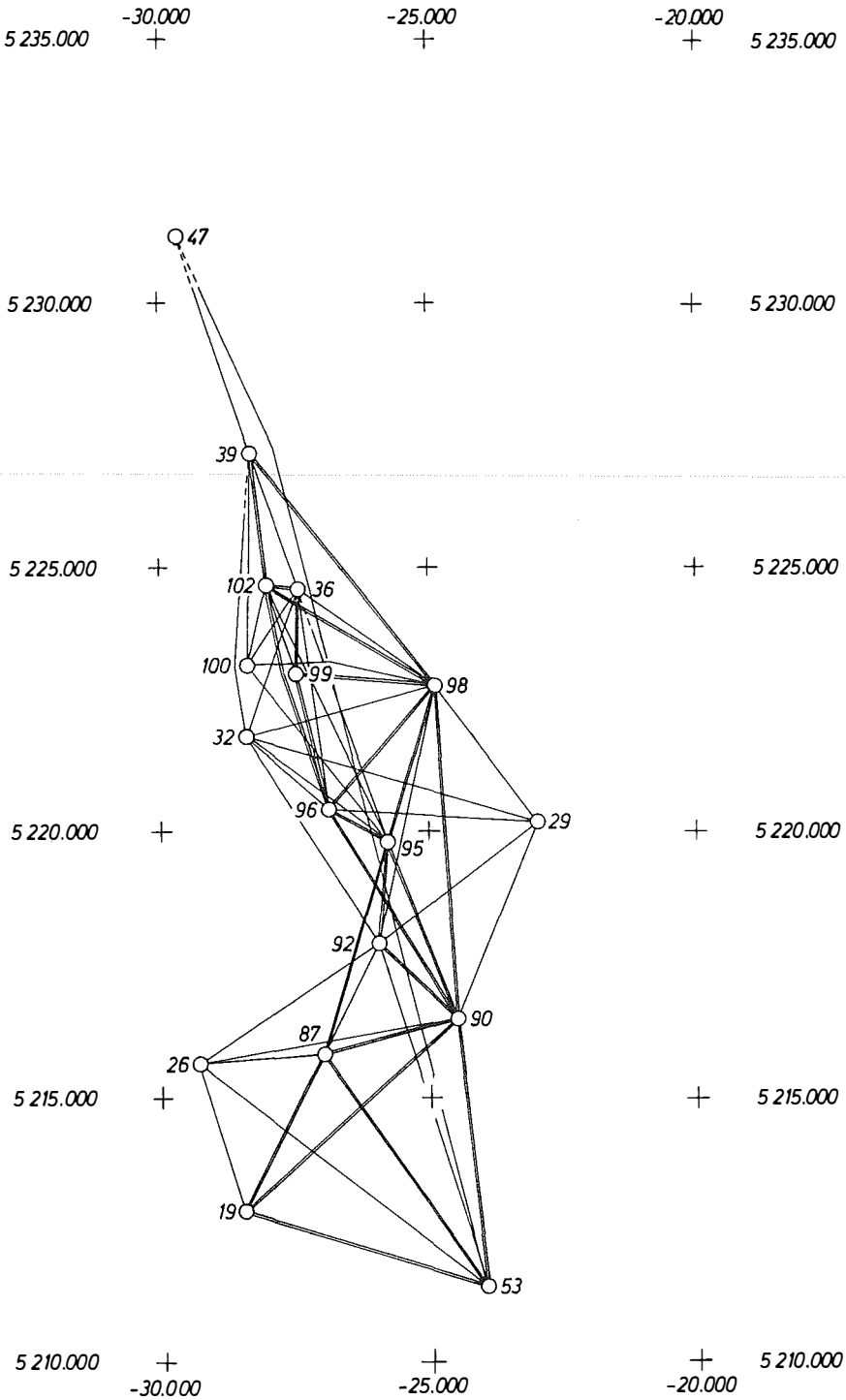


Abb. 1  
Beobachtungsskizze „RAURIS“

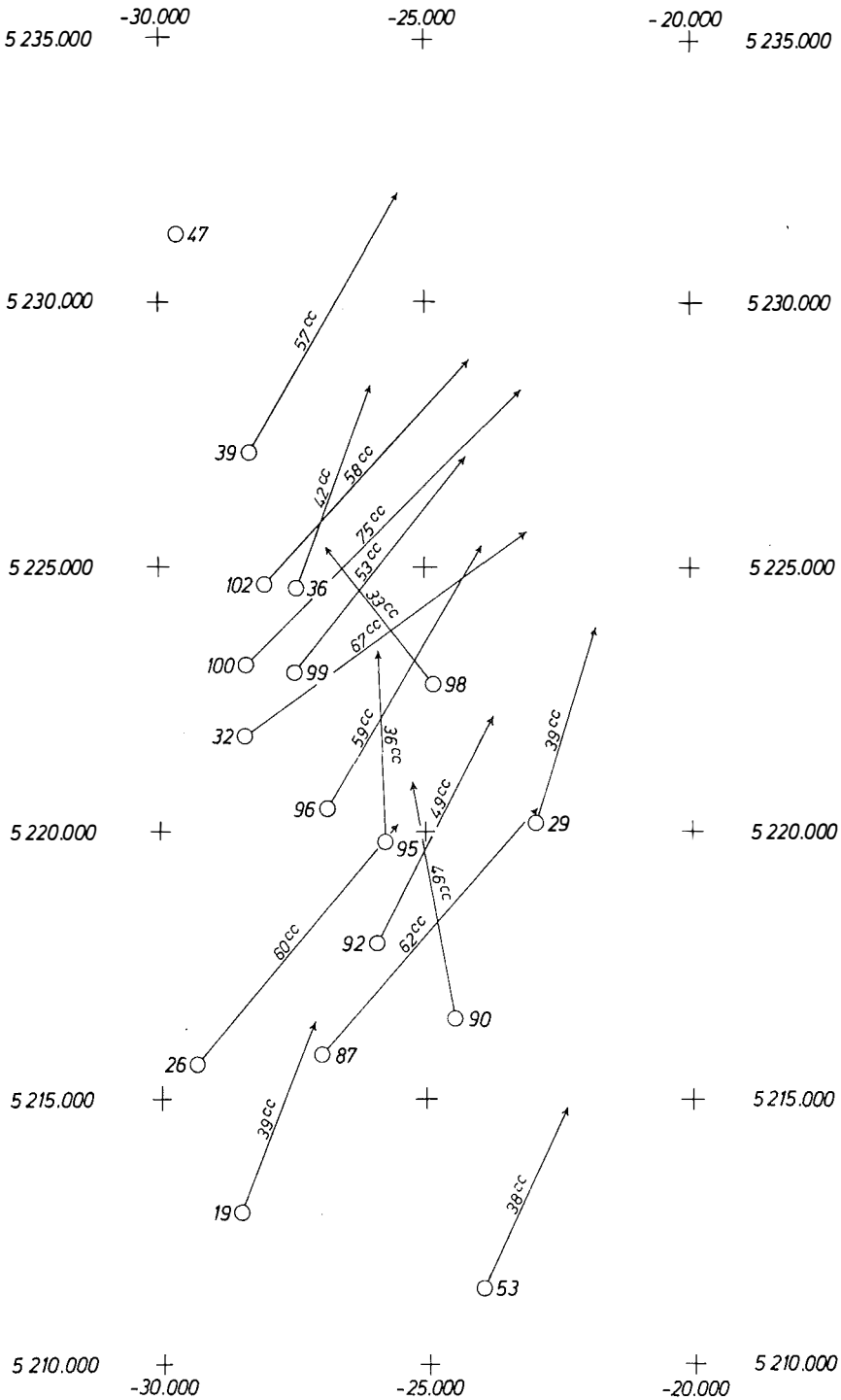


Abb. 2  
Lotabweichungen in Neusekunden

Oberflächenlotabweichungen					
Punkt	$f_H^H$	$\eta_H^H$	$f_H^{cc}$	$\eta_H^{cc}$	Bestimmungsart
19-154	+ 11,8	+ 4,6	+ 36,4	+ 14,2	M
26-154	+ 14,8	+ 12,4	+ 45,7	+ 38,3	I
29-154	+ 12,1	+ 3,8	+ 37,3	+ 11,7	I
32-154	+ 12,7	+ 17,5	+ 39,2	+ 54,0	I
36-154	+ 12,6	+ 4,5	+ 38,9	+ 13,9	M
39-154	+ 16,0	+ 9,2	+ 49,4	+ 28,4	I
53-154	+ 11,1	+ 5,4	+ 34,3	+ 16,7	M
65-154	+ 5,4	+ 6,3	+ 16,7	+ 19,4	M
87-154	+ 15,1	+ 13,4	+ 46,6	+ 41,4	M
90-154	+ 14,7	- 2,6	+ 45,4	- 8,0	I
92-154	+ 14,2	+ 7,3	+ 43,8	+ 22,5	I
95-154	+ 11,8	- 0,5	+ 36,4	- 1,5	I
96-154	+ 16,4	+ 9,6	+ 50,6	+ 29,6	I
98-154	+ 8,6	- 6,6	+ 26,5	- 20,4	I
99-154	+ 13,5	+ 10,7	+ 41,7	+ 33,0	I
100-154	+ 17,0	+ 17,1	+ 52,5	+ 52,8	I
102-154	+ 13,9	+ 12,7	+ 42,9	+ 39,2	I
112-153	+ 14,9	+ 5,4	+ 46,0	+ 16,7	M

Tabelle 1

## 2. Höhenberechnung

Die Höhenberechnung wurde in verschiedenen Varianten durchgeführt, ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen, mit Verwendung der *Hartl*-Refraktion und unter Berücksichtigung von Refraktionsänderungen aus zwei unterschiedlichen Annahmen für die Ausgleichung der Refraktionseinflüsse.

Durch die Berücksichtigung der Lotabweichungen allein ergab sich an den gemessenen Höhenwinkeln ein Einfluß zwischen den Extremwerten  $\varepsilon_{\max.} = +72,3^{cc}$  und  $\varepsilon_{\min.} = -60,5^{cc}$ . Insgesamt resultierten 55 positive  $\varepsilon$ -Werte mit einem Durchschnittswert von  $+37,3^{cc}$  und 41 negative  $\varepsilon$ -Werte mit durchschnittlich  $-30,1^{cc}$ .

Die verschiedenen Varianten der Höhenberechnung sind:

a) Höhenberechnung mit dem Netzprogramm „EDV-Netz 77“ ohne Verwendung der Lotabweichungen. Es wurden die Gebrauchshöhen der folgenden TP als gegeben angenommen: 19–154, 26–154, 36–154 und 53–154.

b) Höhenberechnung mit Netzprogramm „EDV-Netz 77“ unter Berücksichtigung der Lotabweichungen. Es wurden für dieselben TP wie unter a) die Gebrauchshöhen als endgültige Ausgangshöhen angenommen. Man erhält hier zwar einen Einfluß der Lotabweichungen, aber gerade jene Punkte gelten als gegeben, für welche der Einfluß der Lotabweichungen besonders groß ist.

c) Ausgehend von der Gebrauchshöhe für den Punkt 36–154 wurde mit den nach konventioneller Art berechneten Höhenunterschieden ohne Berücksichtigung der Lotabweichungen und unter Verwendung der *Hartl*-Refraktion nach dem Iterationsverfahren des sog. „militärischen Höhenausgleiches“ eine Höhenberechnung vorgenommen.

d) Die Höhenunterschiede wurden unter Berücksichtigung der Lotabweichungen und unter Verwendung der *Hartl*-Refraktion berechnet. Ausgehend von der ellipsoidischen Höhe für den Punkt 36–154 wurden durch eine strenge Ausgleichung ellipsoidische Höhen für die übrigen TP des Testgebietes bestimmt.

e) Ausgehend von den vorliegenden gegenseitig beobachteten Höhenunterschieden, berechnet unter Berücksichtigung der Lotabweichungen und unter Verwendung der *Hartl*-Refraktion wurden für acht Visurengruppen aus einer Ausgleichung Refraktionsänderungen  $dk_i$  ermittelt:

- $dk_1 = -0,0124$  für Visuren zwischen den Punkten 19, 26 und 53 (hochalpine Gipfelregion);
- $dk_2 = -0,0262$  für Visuren von den Punkten 19, 26 und 53 nach den übrigen TP;
- $dk_3 = -0,0865$  für sämtliche Visuren vom Punkt 29 aus (Gipfelregion);
- $dk_4 = -0,0466$  für die Visuren zwischen den Punkten 32, 39, 90, 98 und 100 (Hangpunkte);
- $dk_5 = -0,0001$  für die Visuren von den Punkten 32, 39, 90, 98 und 100 nach den übrigen TP;
- $dk_6 = -0,0650$  für sämtliche Visuren vom Punkt 87 aus;
- $dk_7 = -0,0319$  für die Visuren zwischen den Punkten 36, 92, 95, 96, 99 und 102 (Talpunkte);
- $dk_8 = -0,0966$  für die Visuren von den Punkten 36, 92, 95, 96, 99 und 102 nach den übrigen TP.

Ausgehend von den bezüglich der Lotabweichungen korrigierten Höhenwinkeln wurden die Höhenunterschiede unter Berücksichtigung obiger Refraktionsänderungen berechnet. Ausgehend von der ellipsoidischen Höhe des Punktes 36—154 wurde unter Verwendung der Methode des „militärischen Höhenausgleiches“ eine neuerliche Höhenberechnung vorgenommen.

f) Da die Ergebnisse aus der unter e) getroffenen Zuordnung der Visuren zu den acht Visurengruppen nicht befriedigend waren, wurde eine neuerliche Berechnung von Refraktionsänderungen vorgenommen, und zwar in der Form, daß für jeden Triangulierungspunkt eine Refraktionsunbekannte in die Ausgleichung eingeführt wurde. Hierbei ergaben sich folgende  $dk_i$ -Werte:

Punkt	$dk_i$	Punkt	$dk_i$	Punkt	$dk_i$
19	+ 0,0621	53	- 0,0117	96	- 0,0617
26	- 0,0817	87	- 0,0952	98	- 0,0632
29	- 0,0858	90	- 0,0470	99	+ 0,0818
32	- 0,0837	92	- 0,0290	100	- 0,0401
36	- 0,0306	95	+ 0,0080	102	- 0,0864
39	- 0,0294				

Die Höhenunterschiede, berechnet unter Berücksichtigung der Lotabweichungen und obiger Änderungen des *Hartl*'schen Refraktionskoeffizienten, bildeten die Grundlage für eine strenge Höhenausgleichung, ausgehend von der ellipsoidischen Höhe des Punktes 36—154. Dies sind nun die endgültigen ellipsoidischen Höhen für das Testbeispiel RAURIS.

In der Tabelle 2 sind die Ergebnisse der einzelnen Berechnungsvarianten einander gegenübergestellt und außerdem auch die Höhenänderungen zwischen den verschiedenen Berechnungsarten ausgewiesen.

Vergleicht man die Höhenberechnung nach Variante a) mit den Höhen aus dem Operat S-100, dann erkennt man, daß es zu relativ großen Höhenfehlern führen kann, wenn man die aus der Netzberechnung „EDV-Netz 77“ resultierenden Höhen ungeprüft als endgültige Werte übernimmt. Diese Höhenberechnung wird nämlich nur näherungsweise vorgenommen, nur zu dem Zweck, für die Reduktion der gemessenen Schrägstrecken Höhen zu ermitteln. Man muß also die aus dem Netzprogramm stammenden Höhenunterschiede noch einer Untersuchung unterziehen und z. B. mit dem „militärischen Höhenausgleich“ besser angenäherte Höhen berechnen.



Daß auch die Berechnungsvariante c) Unterschiede in den Höhen gegenüber dem Operat S-100 aufweist, die allerdings wesentlich geringer sind, hat die Ursache darin, daß in diesem Testbeispiel im Gegensatz zum Operat ja nur ein Teilbereich herausgegriffen worden ist und daher bei einer Reihe von Punkten noch eine Anzahl zusätzlicher Höhenunterschiede fehlt.

Wie bereits erwähnt, kann die Variante b) nur zum Teil den Einfluß der Lotabweichungen zeigen. Dies wird ganz besonders deutlich, wenn man die korrespondierenden Höhenänderungen „b-a“ und „d-c-1470“ miteinander vergleicht.

Bei der Variante d) wurde für den Punkt 36—154 der zugehörige Abstand des Geoides vom Ellipsoid mit +1,47 m zu der Gebrauchshöhe addiert und so die ellipsoidische Höhe dieses Punktes näherungsweise ermittelt. Näherungsweise insofern, als hierfür ja die orthometrische Höhe des Punktes bekannt sein müßte. Die Höhendifferenzen zwischen den Berechnungsarten c) und d) zeigen nun in einem Bereich von etwas über 16 km Ausdehnung sehr große Unterschiede zwischen 1,367 m und 2,432 m, also eine Schwankungsbreite von 1,065 m, was ja besonders deutlich in der Spalte „d-c-1470“ sichtbar wird. Daraus erkennt man, daß es unbedingt notwendig ist, die trigonometrische Höhenberechnung im System der ellipsoidischen Höhen vorzunehmen und anschließend dann durch die Subtraktion der Geoidhöhen die Meereshöhen abzuleiten. Dies erscheint als zweckmäßigste Art, aus trigonometrischen Höhenmessungen Meereshöhen abzuleiten.

Interessant ist es, wenn man für die einzelnen Punkte die Geoidhöhen erhebt und diese mit der Differenz in der Spalte „d-c“ vergleicht:

Punkt	Geoidhöhe in cm	Δ zu d-c in cm	Punkt	Geoidhöhe in cm	Δ zu d-c in cm
19	+ 205	+ 38	90	+ 180	+ 20
26	+ 195	+ 37	92	+ 173	+ 14
29	+ 160	+ 10	95	+ 170	+ 7
32	+ 165	+ 10	96	+ 170	+ 6
36	+ 147	0	98	+ 155	+ 5
39	+ 140	- 3	99	+ 150	+ 12
53	+ 198	+ 33	100	+ 150	+ 17
87	+ 193	+ 24	102	+ 150	+ 4

Vor allem diese Gegenüberstellung zeigt, welche Fehler in der Berechnung der Meereshöhen entstehen können, wenn man hierfür die unreduzierten Höhenwinkelmessungen verwendet, denn auf diese Art und Weise erhält man weder ellipsoidische Höhen noch Meereshöhen im strengen Sinn.

Die Ableitung von Refraktionsänderungen  $dk$ , auf dem Wege einer Ausgleichung aus den gegenseitig vorliegenden Höhenunterschieden birgt natürlich eine gewisse Willkür in sich, da die Ergebnisse abhängig sind von der Art der Zuordnung der Höhenwinkelmessungen zu den einzelnen Refraktionsunbekannten.

Durch die in der Variante e) getroffene Annahme ergaben sich gegenüber der Variante d) zusätzliche Höhenänderungen zwischen +28 mm und -22 mm, hingegen bewirkte die Variante f) gegenüber d) zusätzliche Höhenänderungen zwischen +68 mm und -27 mm. Außerdem wird in der Variante f) die Summe  $[pvv]$  auch kleiner als in der Variante e).

Abgesehen davon, daß bei der Zusammenfassung von Visuren mehrerer Punkte in einzelne Visurengruppen relativ leicht die Gefahr besteht, daß man zu schlecht konditionierten Normalgleichungssystemen kommt, zeigen die hier vorgenommenen beiden Berechnungsvarianten für Refraktionsänderungen, daß beim Zusammenfassen mehrerer Punkte sich verschiedene Einflüsse gegenseitig aufheben können. Besonders deutlich erkennt man dies hier bei dem Wert für  $dk$ , wenn man damit die Refraktionsänderungen der hier enthaltenen Punkte nach der zweiten Version vergleicht. Man erkennt aber auch an den Summen  $\Delta H_{i, k} + \Delta H_{k, i}$ , siehe Tabelle 3, daß dieser Wert nicht ganz zutreffend ist.



$\Delta H_{i,k} + \Delta H_{k,1}$  in mm aus Berechnungsvariante :

Von	nach	o	d	e	f	Von	nach	o	d	e	f
19	26	- 26,7	- 16,2	0	- 3,3	53	87	- 147,2	- 144,0	+ 75,8	+ 119,6
	87	- 238,2	- 94,1	+ 35,7	- 42,1	87	90	- 264,8	- 152,2	- 79,8	- 23,1
	90	+ 139,5	+ 50,7	+ 122,0	+ 21,2	87	90	+ 141,4	- 41,9	- 9,9	+ 30,1
26	87	- 119,2	- 151,4	- 59,0	- 19,2	92	92	- 473,2	+ 2,2	+ 67,7	+ 53,4
	90	+ 210,5	- 145,0	- 87,1	+ 114,4	95	95	- 153,9	- 296,2	- 72,4	- 175,5
	92	- 105,5	- 233,5	- 21,5	- 46,3	90	92	- 11,3	- 84,6	- 52,2	- 59,1
29	90	- 58,0	- 56,7	+ 50,9	+ 109,6	95	95	- 5,8	- 65,5	+ 31,7	- 26,3
	92	- 233,7	- 334,6	- 98,1	- 191,9	96	96	- 93,8	- 201,6	- 42,8	- 22,9
	96	- 56,5	- 175,1	+ 67,9	+ 25,5	98	98	- 187,9	- 366,0	- 21,8	- 26,4
	98	- 133,6	- 83,4	- 10,1	+ 42,6	92	95	+ 124,6	+ 94,7	+ 113,5	+ 100,9
32	36	+ 3,4	- 62,5	+ 13,6	+ 28,3	95	96	+ 11,7	- 30,4	- 22,6	- 23,9
	95	+ 160,9	- 65,6	+ 22,5	+ 4,4	98	98	- 21,9	- 93,6	- 21,3	- 52,2
	96	- 27,7	- 130,1	- 76,3	- 67,9	100	100	+ 87,4	- 49,5	+ 86,5	- 4,1
	98	+ 359,7	- 74,0	+ 24,6	+ 81,5	102	102	+ 80,8	- 11,0	+ 128,5	+ 160,5
36	39	- 41,0	- 20,1	+ 39,1	+ 18,0	96	98	+ 139,8	- 107,2	- 32,7	- 10,8
	96	+ 20,9	- 41,2	+ 49,3	+ 90,1	99	99	+ 93,1	+ 53,3	+ 89,1	+ 42,0
	98	- 12,2	- 121,1	- 37,2	- 40,8	102	102	- 75,6	- 142,9	- 47,1	+ 79,4
	99	- 21,8	- 28,8	- 16,0	- 39,2	98	99	+ 282,8	+ 71,7	+ 125,1	+ 61,4
	100	+ 62,8	- 23,4	+ 2,9	- 4,4	100	100	+ 277,5	- 105,8	- 16,1	- 6,6
	102	+ 29,6	+ 10,4	+ 11,6	+ 12,7	102	102	+ 41,2	- 199,5	- 99,2	- 43,9
39	100	- 55,8	- 75,8	+ 41,5	+ 11,5	99	102	- 25,6	- 27,5	- 12,9	- 26,5
	102	- 136,9	- 105,6	- 67,2	- 40,5	100	102	+ 8,7	- 24,6	- 2,8	+ 3,3

Tabelle 3

Bei der Berechnung der Refraktionsänderungen nach der Variante e) ist die Summe  $\Delta H_{i,k} + \Delta H_{k,i}$  nach Berücksichtigung der  $dk_i$  in 9 Fällen größer als vorher. Hieran sind die folgenden  $dk_i$ -Werte in der nachfolgenden Anzahl beteiligt:

$dk_2 : 1$                    $dk_5 : 4$                    $dk_6 : 1$                    $dk_7 : 8$                    $dk_8 : 4$

Bei der Variante f) ist in 8 Fällen nach Berücksichtigung der  $dk_i$  diese Summe größer als vorher, es tritt aber keine solche Häufung bei einer einzigen Refraktionsänderung auf:

$dk_{29} : 1$                    $dk_{32} : 1$                    $dk_{36} : 3$                    $dk_{87} : 1$                    $dk_{90} : 1$   
 $dk_{92} : 2$                    $dk_{95} : 2$                    $dk_{96} : 1$                    $dk_{98} : 1$                    $dk_{99} : 1$   
 $dk_{102} : 2$

Geht man nun von den ellipsoidischen Höhen der Variante f) aus und zieht man davon die zugehörigen Geoidhöhen ab, dann erhält man die tatsächlichen Meereshöhen der Punkte. In der nachstehenden Tabelle 4 sind auch die Differenzen zu den Höhen aus dem Operat S-100 ausgewiesen. Da bei dem Ausgangspunkt für die Höhenberechnung, 36–154, nur die Gebrauchshöhe zur Verfügung stand und nicht die zugehörige orthometrische Höhe, ist zusätzlich noch mit einer Vergrößerung dieser Differenzen zu rechnen.

Punkt	ellipsoid. Höhe aus Variante f	Geoid= höhe	Meeres= höhe	Höhe aus Op. S=100	$H_M - H_{Op.}$ in cm.
19	3109,50	2,05	3107,45	3107,07	+ 38
26	3117,80	1,95	3115,85	3115,56	+ 29
29	2413,90	1,60	2412,30	2412,22	+ 8
32	2088,77	1,65	2087,12	2087,08	+ 4
36	1144,54	1,47	1143,07	1143,07	0
39	1856,59	1,40	1855,19	1855,27	- 8
53	3126,07	1,98	3124,09	3123,72	+ 37
87	1586,29	1,93	1584,36	1584,25	+ 11
90	1948,22	1,80	1946,42	1946,26	+ 16
92	1299,85	1,73	1298,12	1297,98	+ 14
95	1334,47	1,70	1332,77	1332,71	+ 6
96	1248,73	1,70	1247,03	1247,01	+ 2
98	1920,04	1,55	1918,49	1918,49	0
99	1104,74	1,50	1103,24	1103,16	+ 8
100	1749,04	1,50	1747,54	1747,42	+ 12
102	1179,79	1,50	1178,29	1178,31	- 2

Tabelle 4: Ermittlung der Meereshöhen

Die Geoidhöhen sind der Publikation „Das Geoid in Österreich“, Geod. Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung, Neue Folge, Band III, Graz 1983 entnommen. Sie beziehen sich auf das Bessel-Ellipsoid im Datum des MGI.

### 3. Streckenreduktion

Die Reduktion der gemessenen Schrägstrecken erfolgte entsprechend den sechs Berechnungsvarianten für die Höhen.

Von nach	gemess. Schrägstrecke	Konform reduzierte Strecke aus Berechnungsvariante									
		a	b	o	$s_2-s_1$ in mm	d	$s_2-s_1$ in mm	e	$s_2-s_1$ in mm	f	$s_2-s_1$ in mm
19	4786,667	3349,090	3348,971	4784,3413	108,0	4784,3139	55,7	4784,3400	16,4	4784,3140	19,2
87	3679,925	5402,610	3349,0959	533,136	29,6	3348,9756	11,0	3348,9512	26,0	3348,9301	4,2
90	527,829	836	5402,556	5606,630	30,4	5402,5534	11,7	5402,5591	26,6	5402,5256	5,0
36	1604,704	1603,935	1603,938	1603,9346	0,3	1603,9368	0,4	1603,9368	0,1	1603,9371	0,8
99	534,379	533,137	533,136	533,1368	2,0	533,1354	0,7	533,1354	0,8	533,1354	0,9
39	5608,594	5606,630	5606,630	5606,6256	36,1	5606,6215	27,7	5606,6216	17,9	5606,6219	10,7
102	2850,378	2562,087	2562,131	2562,0856	42,5	2562,1282	52,1	2562,1232	21,9	2562,1238	34,6
53	5312,868	5312,827	5312,827	5312,8756	60,7	5312,8332	35,2	5312,8138	18,3	5312,7977	5,3
90	5257,531	5122,141	5122,069	5122,1400	10,2	5122,0665	21,6	5122,0706	12,2	5122,0570	6,7
87	2531,916	2505,240	2505,256	2505,2399	9,2	2505,2580	17,8	2505,2533	4,4	2505,2538	19,0
95	4204,163	4195,688	4195,670	4195,6852	1,8	4195,6660	27,2	4195,6647	5,6	4195,6703	4,5
90	2119,495	2017,391	2017,364	2017,3875	1,0	2017,3582	11,3	2017,3582	6,5	2017,3644	3,5
95	3605,806	3552,292	3552,254	3552,2906	14,7	3552,2510	31,0	3552,2426	0,2	3552,2558	0,1
96	4605,528	4521,040	4521,009	4521,0304	0,9	4520,9903	1,7	4520,9782	2,0	4520,9884	1,8
98	6265,504	6263,091	6263,089	6263,0858	2,3	6263,0822	1,6	6263,0824	1,5	6263,0822	1,7
92	1934,785	1934,092	1934,095	1934,0914	0,8	1934,0930	2,1	1934,0930	4,1	1934,0929	1,8
95	1252,147	1248,964	1248,963	1248,9643	4,1	1248,9630	17,9	1248,9630	7,1	1248,9626	10,0
96	3116,031	3059,746	3059,771	3059,7444	30,3	3059,7684	23,2	3059,7614	4,8	3059,7735	2,3
98	3171,987	3099,412	3099,447	3099,4118	5,0	3099,4452	2,9	3099,4372	4,8	3099,4454	2,2
99	2671,994	2667,650	2667,642	2667,6490	1,2	2667,6396	22,5	2667,6396	0,7	2667,6418	1,4
102	4372,831	4371,500	4371,496	4371,4972	88,9	4371,4920	22,5	4371,4920	39,3	4371,4918	19,3
98	2719,214	2593,569	2593,573	2593,5700	8,4	2593,5734	40,9	2593,5650	20,4	2593,5860	9,0
102	3681,258	3605,268	3605,256	3605,2683		3605,2558		3605,2454		3605,2533	

Tabelle 5

Der Tabelle 5 ist zu entnehmen, daß sich die Änderung in der Länge der konform reduzierten Strecken als Folge der Berücksichtigung der Lotabweichungen allein zwischen +42,6 mm und -120,3 mm bewegt.

Durch die Berücksichtigung der Refraktionsänderungen nach Variante e) erhalten die Strecken zusätzliche Längenänderungen zwischen +26,1 mm und -24,4 mm, nach Variante f) hingegen zwischen +12,6 mm und -45,5 mm.

Von nach		Streckenänderungen in mm				
		b - a	d - c	e - d	f - d	f - c
19	54	.	- 27,4	+ 26,1	+ 0,1	- 27,3
	87	- 119	- 120,3	- 24,4	- 45,5	- 165,8
	90	- 54	- 56,6	+ 5,7	- 27,8	- 84,4
36	90	.	- 56,5	+ 5,6	- 27,9	- 84,4
	99	+ 3	+ 2,2	0	+ 0,3	+ 2,5
	102	- 1	- 1,4	0	0	- 1,4
39	98	0	- 4,1	+ 0,1	+ 0,4	- 3,7
	102	+ 44	+ 42,6	- 5,0	- 4,4	+ 38,2
53	87	- 41	- 42,4	- 19,4	- 35,5	- 77,9
	90	- 72	- 73,7	+ 4,3	- 9,3	- 83,0
87	90	+ 16	+ 18,1	- 4,7	- 4,2	+ 13,9
	95	- 18	- 19,2	- 1,5	+ 4,3	- 14,9
90	92	- 27	- 24,1	- 5,2	+ 1,0	- 23,1
	95	- 38	- 39,6	- 8,4	+ 4,8	- 34,8
	96	- 31	- 40,1	- 12,1	- 1,9	- 42,0
	98	- 2	- 3,6	+ 0,2	0	- 3,6
92	95	+ 3	+ 1,6	0	- 0,1	+ 1,5
95	96	- 1	- 1,3	0	- 0,4	- 1,7
	98	+ 25	+ 24,0	- 7,0	+ 5,1	+ 29,1
96	98	+ 35	+ 33,4	- 8,0	+ 0,2	+ 33,6
	99	- 8	- 9,4	0	+ 2,2	- 7,2
	102	- 4	- 5,2	0	- 0,2	- 5,4
98	99	+ 4	+ 3,4	- 8,4	+ 12,6	+ 16,0
	102	- 12	- 12,5	- 10,4	- 2,5	- 15,0

Tabelle 6

Die Einflüsse von Lotabweichung und Refraktion summieren sich größtenteils, in einzelnen Fällen heben sie sich allerdings auch gegenseitig auf. So ergeben sich schließlich zwischen den Varianten f) und c) Streckenänderungen zwischen +38,2 mm und -165,8 mm.

Bei der Streckenreduktion sind, wie die Tabelle 6 zeigt, im Gegensatz zu der Höhenberechnung die korrespondierenden Differenzen „b-a“ und „d-c“ nahezu gleich groß, da hier in den verschiedenen Berechnungsvarianten nur der Unterschied zwischen den zugehörigen Höhenwinkeln mit oder ohne Lotabweichung bzw. zwischen den Höhenunterschieden von Bedeutung ist. Es sind daher auch die Unterschiede in den konform reduzierten Strecken zwischen den Berechnungsvarianten a und c bzw. b und d sehr gering.

#### 4. Lageberechnung

Die Lageberechnung für das Testbeispiel RAURIS wurde gleichfalls in mehreren Varianten vorgenommen.

a) Die Höhenberechnung und Streckenreduktion wurde gemeinsam mit der Lageberechnung mit Hilfe des Rechenprogrammes „EDV-Netz 77“ durchgeführt. Nicht verwendet wurden hierbei die Richtung von 39 nach 47 und die Strecke von 19 nach 53. Die Berechnung erfolgte als eingebundenes Netz mit den endgültig gegebenen Punkten 19-154, 26-154, 39-154 und 53-154 ohne Berücksichtigung der Lotabweichungen.

b) An die Richtungs- und Höhenwinkelmessungen wurden die Einflüsse der Lotabweichungen angebracht. Eine Übersicht über die Lotabweichungen zeigt die Abbildung 2. Für die gemessenen Richtungen ergaben sich durch die Lotabweichungen Änderungen zwischen  $+27,7^{\text{cc}}$  und  $-17,5^{\text{cc}}$ , zwei  $d\alpha$  waren gleich Null, es entstanden 46 positive  $d\alpha$  mit einer Durchschnittsgröße von  $+6,3^{\text{cc}}$  und 70 negative  $d\alpha$  mit durchschnittlich  $-5,1^{\text{cc}}$ . Ansonsten erfolgte die Berechnung wie unter a).

c) Die Lageberechnung erfolgte unter Verwendung sämtlicher in der Abbildung 1 enthaltenen Beobachtungen unter Benützung der in der Tabelle 5 in der Spalte c angeführten konform reduzierten Strecken, also ohne Berücksichtigung der Lotabweichungen. Das Testbeispiel wurde als eingebundenes Netz berechnet mit den unter a) angeführten endgültig gegebenen Punkten.

d) Berechnung mit den Beobachtungen wie unter c), aber ohne die Richtung von 39 nach 47. Das Netz wurde als freies Netz ausgeglichen mit dem endgültig gegebenen Punkt 53–154, orientiert mit der Richtung nach dem gleichfalls endgültig gegebenen Punkt 47–154. Nach der Ausgleichung wurde das freie Netz um den Punkt 53–154 so verdreht, daß der Richtungswinkel von 53–154 nach 39–154 mit dem Richtungswinkel aus dem Operat S-100 identisch ist.

e) Berechnungsart wie unter c), aber mit den bezüglich der Lotabweichungen verbesserten Richtungen und mit den in der Tabelle 5 in der Spalte d angeführten Strecken, reduziert unter Berücksichtigung der Lotabweichungen, aber nur mit Verwendung der *Hartl*-Refraktion.

f) Berechnungsart wie unter d), Beobachtungen in der Form von e).

g) Berechnungsart wie unter c), aber mit den bezüglich der Lotabweichungen verbesserten Richtungen und mit den in der Tabelle 5 in der Spalte e angeführten Strecken, reduziert unter Berücksichtigung der Lotabweichungen und der Refraktionsänderungen nach der Annahme e) der Höhenberechnung.

h) Berechnungsart wie unter d), Beobachtungen in der Form von g).

i) Berechnungsart wie unter c), aber mit den bezüglich der Lotabweichungen verbesserten Richtungen und mit den in der Tabelle 5 in der Spalte f angeführten Strecken, reduziert unter Berücksichtigung der Lotabweichungen und der Refraktionsänderungen nach der Annahme f) der Höhenberechnung.

k) Berechnungsart wie unter d), Beobachtungen in der Form von i).

Die Abbildung 3 zeigt im Maßstab 1 : 2 die Koordinatenänderungen zwischen den Berechnungsvarianten e–c, also den Einfluß der Lotabweichungen allein beim eingebundenen Netz, die Abbildung 4 jene zwischen den Varianten f–d, die Analogie beim freien Netz.

Berechnungsart	$m_R^{\text{cc}}$	$m_S$ (mm)	$[\text{pvv}]_R/n_R$	$[\text{pvv}]_S/n_S$
a	5,5	11	0,162	0,391
b	4,7	9	0,145	0,145
c	5,8	12	0,155	0,592
e	5,2	10	0,142	0,390
g	5,5	11	0,151	0,487
i	5,4	11	0,155	0,400
d	5,4	11	0,146	0,372
f	4,5	9	0,118	0,173
h	4,8	10	0,132	0,213
k	4,9	10	0,137	0,223

Tabelle 7

In der Tabelle 7 sind die zu den einzelnen Berechnungsvarianten gehörenden Fehleraussagen zusammengestellt. Hierbei zeigt sich eine wesentliche Verbesserung durch die Einbeziehung der Lotabweichungen, jedoch wieder eine leichte Verschlechterung bei der anschließenden Berücksichtigung der Refraktionsänderungen. Bildet man die gewichtete Fehlerquadratsumme der Richtungen, geteilt durch die Anzahl der Richtungen und auch den entsprechenden Wert für die Strecken bei den einzelnen Berechnungsvarianten, dann zeigt sich, daß das Verhältnis dieser beiden Werte durch das Einführen der Lotabweichungen stark verbessert wird, naturgemäß stärker beim freien Netz, wo kein Koordinatenzwang vorhanden ist. Daß dieses Verhältnis bei der Variante b) gleich dem Sollwert „1“ ist, als Maß für das richtige Gewichtsverhältnis zwischen Richtungen und Strecken, hat seine Ursache darin, daß dort die Strecke von 19 nach 53 nicht mitverwendet wurde, die in der Variante e) nach der Ausgleichung einen verbleibenden Fehler von 45 mm hat.

Die Tabelle 8 zeigt die aus den verschiedenen Berechnungsvarianten resultierenden Koordinatenänderungen. Durch die Berücksichtigung der Lotabweichungen allein beträgt die maximale Punktverschiebung beim eingebundenen Netz 113 mm und beim freien Netz 121 mm.

Was sich bereits im Abschnitt 3 bei der Streckenreduktion gezeigt hatte, mußte sich selbstverständlich bei der nachfolgenden Ausgleichung bestätigen, daß nämlich der zusätzliche Einfluß der Refraktionsänderungen nach der ungünstigeren Variante e) der Höhenberechnung sich relativ gering auswirkt, beim eingebundenen Netz nur mit 13 mm maximaler Punktverschiebung und beim freien Netz mit höchstens 19 mm zusätzlicher Punktverschiebung. Dem gegenüber zeigt aber die Berechnung von Refraktionsänderungen nach Variante f) der Höhenberechnung doch einen deutlicheren Einfluß. Hier ergeben sich beim eingebundenen Netz zusätzliche Punktverschiebungen bis zu 33 mm und beim freien Netz bis zu 42 mm. Damit erhält man gegenüber der Berechnung ohne Berücksichtigung von Lotabweichungen und Refraktionsänderungen beim eingebundenen Netz Punktverschiebungen bis 138 mm und beim freien Netz gleichfalls bis 138 mm, allerdings bei einem anderen Punkt.

Das Testbeispiel „RAURIS“ ist repräsentativ für eine Triangulation im Hoch- und Mittelgebirge. Es sollte hier untersucht werden, wie groß der Fehler ist, der in der Koordinatenberechnung entstehen kann, wenn in einem Triangulierungsoperat mit Steilvisuren die Lotabweichungseinflüsse vernachlässigt werden. Darüber hinaus sollte auch die Auswirkung der Refraktionsunregelmäßigkeiten erfaßt werden. Natürlich kann bei dieser Art der Ermittlung der Refraktionsunregelmäßigkeiten nur eine etwas bessere Annäherung an die tatsächlichen Verhältnisse erreicht werden als bei der ausschließlichen Verwendung der *Harti*-Refraktion. Es werden aber immer noch etliche Restfehler in den Höhenwinkeln verbleiben.

Jedenfalls läßt diese Untersuchung erkennen, daß die Vernachlässigung von Lotabweichungen und Refraktionsunregelmäßigkeiten zu relativ großen Fehlern in der Koordinatenberechnung führen kann, bis zu einer Größenordnung von mehr als einem Dezimeter.

Manuskript eingelangt im Juli 1983.







Punkt	Koordinatenänderungen in mm beim Vergleich der Berechnungsarten																							
	b - a		e - c		g - e		g - o		i - e		i - c		f - d		h - f		h - d		k - f		k - d			
	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x		
19-154	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
26-154	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
29-154	-49	-27	-7	-5	-56	-32	-15	-16	-64	-43	-11	-45	+9	-6	-2	-51	+16	-16	+5	-61	+30	+14		
32-154	-8	-31	-6	-30	-1	-5	-7	-35	-16	-9	-22	-39	+36	-57	+15	-11	+51	+11	-20	+47	-77	+38		
36-154	-43	-81	-41	-81	0	-5	-41	-86	-9	-7	-50	-88	-10	-117	+10	-12	0	-129	+7	-18	-3	+30		
39-154	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
87-154	-55	-90	+1	+13	-55	-77	-10	-31	-66	-121	-35	-87	+13	-8	-22	-95	+17	-24	-18	-111	+6	-23		
90-154	-42	-55	-3	+2	-46	-52	-16	-15	-59	-70	-16	-69	+13	+1	-3	-68	+16	-15	0	-84	+7	-23		
92-154	-57	-99	-1	-4	-58	-102	-15	-16	-72	-114	-26	-108	+13	-5	-13	-113	+14	-18	-12	-126	+11	-20		
95-154	-54	-95	-1	-6	-54	-100	-16	-16	-69	-110	-14	-109	+15	-6	+1	-115	+12	-17	-2	-126	+7	-18		
96-154	-60	-90	+1	-5	-57	-95	-15	-12	-73	-102	-17	-114	+15	-8	-2	-122	+13	-18	-4	-132	+6	-23		
98-154	-50	-55	-9	-6	-58	-60	-11	-14	-60	-68	-7	-78	+5	-7	-2	-85	+13	-16	+6	-94	+7	-18		
99-154	-57	-90	0	-5	-54	-95	-16	-7	-70	-97	-17	-120	+13	-11	-4	-131	+7	-18	-10	-138	+10	-19		
100-154	-27	-51	-24	-50	-1	-6	-25	-56	-12	-6	-36	-56	+15	-83	-2	-96	+10	-19	+25	-102	+10	-19		
102-154	-47	-73	+1	-3	-43	-76	-7	-6	-51	-79	-14	-115	+12	-11	-2	-126	+10	-19	-4	-134	+10	-19		

Tabelle 8