

Paper-ID: VGI\_198401



## Vom Erdmeridian zum Lichtzeitmeter

F. Rotter <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Schiffamtsgasse 1-3, 1020 Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **72** (1), S. 1–10

1984

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Rotter_VGI_198401,  
  Title = {Vom Erdmeridian zum Lichtzeitmeter},  
  Author = {Rotter, F.},  
  Journal = {{\u00}sterreichische Zeitschrift f{\u00}r Vermessungswesen und  
    Photogrammetrie},  
  Pages = {1--10},  
  Number = {1},  
  Year = {1984},  
  Volume = {72}  
}
```



## Vom Erdmeridian zum Lichtzeitmeter.

Von F. Rotter, Wien

### Abstract:

The metric unit of length, the metre, has a long history which begins in the year 1791. At the beginning, the metre was defined as one tenmillionth of the quarter of the meridian of the earth. This definition was often changed corresponding to the increasing precision of length-measurements.

In 1983, a new definition was found which is based on the value of velocity of light in vacuo:  $c = 299\,792\,458$  m/s.

### Vorbemerkung

Die 17. Generalkonferenz für Maß und Gewicht hat am 21. Oktober 1983 um 15 Uhr 18 in Paris eine neue Meterdefinition beschlossen, die die bisherige Meterdefinition aus dem Jahre 1960 ersetzt. Die neue Meterdefinition lautet:

1. *Das Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im leeren Raum während der Dauer von  $1/299\,792\,458$  Sekunde durchläuft.*
2. Die Definition des Meter, die seit 1960 gültig ist und die sich auf dem Übergang zwischen den Niveaus  $2p_{10}$  und  $5d_5$  des Atoms Krypton 86 gründet, wird aufgehoben.

Zusammen mit dieser Definition des Meter gibt die Generalkonferenz auch eine ausführliche Begründung, warum das Meter neu definiert wurde. Außerdem billigt die Generalkonferenz eine sehr eingehende Instruktion des Internationalen Komitees für Maß und Gewicht über die praktische Anwendung der neuen Meterdefinition.

Bevor wir uns mit der neuen Meterdefinition weiterbefassen, wollen wir ein wenig auf die 200-jährige Geschichte des Meter und auf die Frage eingehen, warum die Definition des Meter immer wieder geändert wurde.

An dieser Stelle wollen wir aber ausdrücklich feststellen, daß bei allen Änderungen der Meterdefinition niemals die Länge der Einheit Meter geändert worden ist. Geändert, und zwar verringert, wurde mit jeder neuen Definition die Unsicherheit der Darstellung der Längeneinheit Meter. Und wenn man auf diese Meßunsicherheit bedacht nimmt, so stimmen alle mit den verschiedenen Meterdefinitionen erhaltenen Längenangaben der letzten 200 Jahre überein.

### Wie das Meter entstand

Das metrische Maßsystem ist im 18. Jahrhundert entstanden. Es ist ein Kind der französischen Revolution. Das Ziel war, ein auf unvergänglichen Naturmaßen, die allen Menschen der Welt in gleichem Maße zugänglich sind, begründetes Maßsystem zu schaffen. Dabei dachte man damals nur an die Längeneinheit und an die Masseneinheit sowie an die von der Längeneinheit abzuleitenden Einheiten für Flächen- und Rauminhalt.

Für die Längeneinheit standen drei Vorschläge zur Diskussion:

1. Die Länge des einfachen Sekundenpendels: Man erkannte aber, daß diese Länge von der örtlichen Fallbeschleunigung abhängt und daß sie außerdem nicht leicht zu messen, d.h. auf andere Maßstäbe zu übertragen ist. Deshalb wurde dieser Vorschlag nicht weiter verfolgt.

2. Die Länge von ein Zehnmilliontel eines Quadranten des Erdäquators: Allein, nicht alle Menschen wohnen entlang des Äquators und dieser lag damals noch weit mehr als heute abseits der Länder, bei denen ein Interesse am neuen, metrischen Maßsystem zu erwarten war; er verläuft überdies zumeist über Ozeane. Darum wurde auch dieser Vorschlag fallengelassen.

3. Die Länge von ein Zehnmilliontel eines Meridianquadranten zwischen Nordpol und Äquator: Bei diesem Vorschlag schienen alle Schwierigkeiten behoben, denn jeder Punkt der Erdoberfläche hat seinen eigenen, "privaten" Meridian.

Und so beschloß die französische Nationalversammlung am 26. März 1791, daß die neue Längeneinheit "METRE", zu deutsch "METER" heißen solle und die Länge von ein Zehnmilliontel des Erdmeridianquadranten haben solle und daß zur Bestimmung des Meter ein Meridianbogen von Dünkirchen über Paris nach Barcelona gemessen werden solle.

Ludwig XVI. ratifizierte diesen Beschluß am 30. März 1791.

Dieser Tag ist somit der Geburtstag des Meter und des metrischen Maßsystems.

### Die Kinderjahre des Meter

Das Meter war also geboren, aber niemand konnte sagen, wie lange es wirklich war. Da die Gradmessung von Dünkirchen nach Barcelona wegen vieler Schwierigkeiten — es war schließlich Revolution und Krieg — nicht richtig weiterging, griff man auf ältere Gradmessungen zurück, die in den Jahren 1739 und 1740 in Frankreich und 1750 in Südafrika gemacht worden waren, und definierte das Meter provisorisch als die Länge von 443,296 Pariser Linien, von denen 864 auf eine französische Toise gehen.

Damit hatte das Meter seine zweite Definition. Es wurde dadurch von der "Toise du Peru" abgeleitet, einem hochwertigen Maßstab, der sich bei der Gradmessung in Peru bewährt hatte.

Als nach vielen Schwierigkeiten die Gradmessung von Dünkirchen nach Barcelona endlich beendet und ausgewertet war, wurde durch das Gesetz vom 10. Dezember 1799 die dritte Meterdefinition festgelegt. Das Meter wurde "endgiltig" zu 443,296 Pariser Linien festgelegt. Der Bezug auf den Meridianquadranten wurde aufgegeben.

Die Länge des Erdmeridianquadranten ist übrigens bis heute noch nicht so exakt bekannt, daß man aus ihr eine Längeneinheit ableiten könnte. Wir brauchen uns nur die Werte von fünf prominenten Referenzellipsoiden für die Länge des Erdmeridianquadranten anzusehen:

1795/99	Sollwert	10 000 km
1841	Bessel	10 000,86 km
1880	Clarke	10 001,87 km
1909/24	Hayford	10 002,29 km
1967	International	10 001,95 km
1980	International	10 001,966 km

Aus diesen Werten können wir noch abschätzen, daß im 18. Jahrhundert geodätische Entfernungsbestimmungen eine relative Unsicherheit von etwa  $\pm 200$  mm/km hatten und daß diese in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts auf etwa  $\pm 20$  mm/km gesenkt werden konnten. Heute erwartet man von den elektronischen Distanzmessern, daß sie  $\pm 5$  mm/km leisten. Zurück ins Jahr 1799.

Gleichzeitig mit dem Wert von 443,296 Pariser Linien für das Meter wurde auch ein Meter-Etalon als verbindliche Darstellung des Meter eingeführt. Es war ein Endmaß aus gehämmertem Platinschwamm, mit einem rechteckigen Querschnitt von 25,3 mm x 4 mm. Diesen Meterstab hatte Janetti hergestellt und Lenoir hatte ihn an die "Toise du Peru" angeschlossen; dieses "Mètre des Archives" war die verbindliche Darstellung der Längeneinheit für 90 Jahre und war, wie wir sehen, die Grundlage der vierten Meterdefinition.

Die Länge des "Mètre des Archives" konnte mit Fühlhebel mit einer Unsicherheit von etwa  $\pm 0,01$  mm auf andere Maßstäbe übertragen werden.

Gleichzeitig wurden aber viele alte Maßangaben in Toisen mit obigem Umrechnungsfaktor in Meter umgerechnet; dabei wurde oft übersehen, daß viele Toisen-Angaben auf Toisen-Maßstäbe anderer Länge als die "Toise du Peru" begründet waren. Dabei entstanden Diskrepanzen, die in vielen Fällen auch heute noch nicht zufriedenstellend aufgeklärt sind.

In den folgenden Jahrzehnten entstanden für die Meßtechnik viele neue Anwendungsgebiete, die Meßverfahren wurden verbessert und das metrische Maßsystem breitete sich über die ganze Welt aus.

### Das metrische Maßsystem erobert die Welt

Im Jahre 1875 gründeten 17 Staaten, alle aus damaliger Sicht hochindustrialisiert, die Meterkonvention mit dem Ziel, gemeinsam an der Weiterentwicklung der Meßtechnik und vor allem des metrischen Maßsystems zu arbeiten. Eine der vordringlichsten Aufgaben war, neue, bessere Meter-Etalons als das alte "Mètre des Archives" zu schaffen. Man entschied sich für Maßstäbe aus einer Legierung von 90% Platin und 10% Iridium, mit dem bekannten X-förmigen Querschnitt, auf denen die Länge von 1 m durch mit dem Diamantstichel gravierte Linien bezeichnet wurde.

Die erste Generalkonferenz für Maß und Gewicht 1889 ersetzte das alte "Mètre des Archives" durch das neue "Mètre international" aus Platin-Iridium. Es stimmt innerhalb der Meßunsicherheit des "Mètre des Archives" mit diesem überein. Die Meßunsicherheit wurde damit auf etwa  $\pm 0,2$   $\mu\text{m}$  gesenkt, das ist etwas weniger als die halbe Wellenlänge des Lichtes, die — je nach Lichtfarbe — etwa zwischen 0,4 und 0,7  $\mu\text{m}$  liegt.

Es erwies sich in der Folge aus physikalischen Gründen als unmöglich, diese Unsicherheit weiter zu senken; die halbe Lichtwellenlänge ist eine Grenze, die bei der Erfassung von Teilstrichen nicht unterschritten werden kann. Darausfolgte für Längenmessungen die relative Unsicherheit von mindestens  $\pm 2 \times 10^{-7}$ . Da die verwendete Platin-Iridiumlegierung eine thermische Ausdehnung von etwa  $10^{-5}$  je Kelvin hat, ergab sich die Forderung, die Maßstabtemperaturen auf etwa  $\pm 0,01$  Kelvin zu messen, um die Güte der Längenangaben nicht durch den Fehler der Temperaturmessung zu vermindern.

Dieses war die fünfte Meterdefinition.

Die sechste Meterdefinition ging von Österreich aus. Hofrat Dr. Gottfried Dimmer, Angehöriger der 1923 aufgelösten österreichischen Normaleichungskommission und ab 1. Jänner 1924 Leiter der Gruppe Eichwesen im neuerrichteten Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, hatte im Jahre 1920 fundamentale Untersuchungen am österreichischen Meterprototyp ausgeführt, einem Zwillingbruder des in Sèvres bei Paris aufbewahrten internationalen Prototyps. Er wies nach, daß die Meterdefinition von 1889 nicht exakt war und ergänzt werden mußte hinsichtlich:

1. der Lage des Prototyps,
2. der Art seiner Unterstützung und
3. des Druckes der umgebenden Luft.

Aufgrund der Dimmer'schen Untersuchungen beschloß die 7. Generalkonferenz für Maß und Gewicht 1927 eine sechste Meterdefinition, wonach das Meterprototyp in horizontaler Lage, unterstützt in den beiden Bessel-Punkten (etwa je 22 cm von den Maßstabenden), bei normalem Luftdruck ( $101\,325$  Pa<sup>\*)</sup>), zu messen war. Die Bezugstemperatur blieb, wie schon 1799, 0°C.

\*) 1 physikalische Atmosphäre =  $101\,325$  Pa (Pascal)  
1 Millibar (mbar) =  $100$  Pa

## Das Wellenlängen - Meter

Aber schon war die lichtinterferentielle Längenmessung im Vormarsch. Seit Frauenhofer die nach ihm benannten Linien im Sonnenspektrum entdeckt hatte und seit Kirchhoff und Bunsen 1869 die Spektralanalyse eingeführt hatten, war bekannt, daß leuchtende Gase in sehr engen Frequenzbändern strahlen und daß die Wellenlängen dieser Strahlungen ganz hervorragende Längenstandards darstellen, mit denen relative Unsicherheiten von  $10^{-8}$  und weniger erreichbar waren. Der bittere Tropfen im Freudenbecher war die Erkenntnis, daß diese hohe Meßgenauigkeit nur im leeren Raum vorhanden war, denn bei Messungen in Luft erwiesen sich alle Wellenlängen um rund 300 Milliontel größer als im leeren Raum. Dieser Wert erwies sich als abhängig von Druck und Temperatur der Luft, von ihrer Zusammensetzung, insbesondere vom Gehalt an Wasserdampf und Kohlendioxid und auch von der Wellenlänge der verwendeten Strahlung. Nur im Labor und nur wenn die Lufttemperatur besser als auf 0,01 K bekannt war, konnte die relative Meßunsicherheit unter  $10^{-8}$  gedrückt werden. Übrigens hatte Dimmer seine oben erwähnten Messungen lichtinterferentiell gemacht, wodurch es zu der skurrilen Situation gekommen war, daß lichtinterferentielle Längenvergleiche weitaus genauer möglich waren, als der Anschluß an den Internationalen Meterprototyp.

Seit 1892 waren sehr sorgfältige Messungen der Wellenlänge der roten Cadmiumlinie gemacht worden, sodaß die Internationale Vereinigung für die Sonnenforschung (International Solar Union) im Jahre 1907 als Fundamentalwert für alle spektroskopischen Messungen die Wellenlänge der roten Cadmiumlinie in "spektroskopischer Normalluft" zu 6 438,469 6 Angströmeinheiten festlegen konnte.

Die Angströmeinheit war dabei zu  $10^{-10}$  m definiert, so daß unversehens eine neue Meterdefinition speziell für spektroskopische Wellenlängenmessungen entstanden war, und zwar die siebente Meterdefinition.

Was ist aber die spektroskopische Normalluft? Es ist trockene Luft von 15°C unter einem Druck von 101 325 Pa, (entsprechend 760 mm Quecksilbersäule bei 0°C, 9,806 65 m/s<sup>2</sup> Fallbeschleunigung und 0,03% Kohlendioxid im Volumen).

Diese Definition der Angströmeinheit wurde von der 7. Generalkonferenz für Maß und Gewicht 1927 gebilligt. Damit war das Tor zu einer Lichtwellendefinition des Meter aufgestoßen worden.

Im Jahre 1927 war also schon allen Eingeweihten klar, daß die Tage des Internationalen Meterprototyps gezählt waren und daß die Zukunft bei der lichtinterferentiellen Längenmessung lag. Es war aber auch klar, daß anstelle der roten Cadmiumlinie eine noch schärfere Spektrallinie gefunden werden und daß das Meter über eine Wellenlänge im Vakuum definiert werden mußte, um die Unsicherheit, die die Luft bringt, von Haus aus zu vermeiden. Es war auch schon bekannt, daß alle natürlichen Elemente ein Gemisch aus Isotopen sind, die zwar chemisch gleiches Verhalten zeigen, sich aber durch verschiedene Massen des Atomkerns unterscheiden, was zu geringfügigen Unterschieden bei den Wellenlängen der Spektrallinien führt. Ideal scharfe Linien waren nur von Spektrallampen zu erhalten, die mit einem einzigen Isotop gefüllt waren; dieses mußte eine ganzzahlige Kernmassenzahl haben, um die sogenannte „Hyperfeinstruktur“ der Spektrallinien zu vermeiden. Die Spektrallampe mußte z.B. mit flüssiger Luft gekühlt werden, um die Linienverbreiterung durch den thermischen Dopplereffekt und durch den Fülldruck der Lampe zu verkleinern. Und schließlich mußte die Lampe noch so helles Licht geben, daß man mit ihr visuell messen konnte.

Die Untersuchungen zogen sich über Jahrzehnte hin. Besonders sollen hier die Arbeiten, die Kösters und Engelhardt zunächst an der Physikalischen Technischen Reichsanstalt in Berlin begonnen hatten und nach dem Krieg an der Physikalisch Technischen Bundesanstalt in Braunschweig fortgesetzt hatten, erwähnt werden.

Das Ergebnis war eine mit Krypton 86 gefüllte Spektrallampe, deren schärfste Linie orangefarben war. Bei Kühlung mit flüssiger Luft konnten Längen bis 80 cm unmittelbar lichtinterferentiell gemessen werden.

Wir wissen heute, daß damit eine relative Unsicherheit (dreifache Standardabweichung) von  $\pm 4 \cdot 10^{-9}$  erreicht worden war.

Auf dieser Grundlage beschloß die 11. Generalkonferenz für Maß und Gewicht 1960 eine neue Meterdefinition, nach unserer Zählung die achte. Das Meter war danach gleich 1 650 763,73 Wellenlängen im leeren Raum der orangefarbenen Linie des Atoms Krypton 86.

Der obige Wert war so festgesetzt worden, daß einerseits die durch den Internationalen Meterprototyp definierte Länge innerhalb von  $10^{-7}$  erhalten blieb und andererseits auch der für die rote Cadmiumlinie seit 1907 geltende Werte unverändert blieb. Dadurch blieben alle früheren Meßwerte für Längen innerhalb ihrer Unsicherheit richtig.

### **Laser und Laufzeit**

Die Freude über diese neue Meterdefinition war aber nur kurz. Mit der Entdeckung des Lasers wurden neue Möglichkeiten gefunden, die Längenmessungen noch exakter und trotzdem einfacher durchzuführen. Zunächst erwiesen sich Laserstrahlen auf viele hunderte von Metern als interferenzfähig und dann kam die Atomzeit.

Die 13. Generalkonferenz für Maß und Gewicht 1967 definierte die "Atomsekunde" mittels des Cäsiumatoms 133. Basierend auf der Cäsiumfrequenz wurden damit Zeitmessungen mit relativen Unsicherheiten von  $10^{-13}$  bis  $10^{-14}$  möglich. Gleichzeitig erlaubten die neuen, elektronischen Hilfsmittel, Längenmessungen auf Laufzeitmessungen des Lichtes oder andere elektromagnetische Strahlungen zurückzuführen.

Nicht zuletzt aus diesem Grunde rückte damit der Wert der Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum in das Zentrum des Interesses der großen, meßtechnischen Laboratorien, mit dem Ergebnis, daß die 15. Generalkonferenz für Maß und Gewicht 1975 für die "wichtigste aller Naturkonstanten", die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen im leeren Raum, den Wert

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

verbindlich festsetzte.

Dieser Wert hat als festgesetzter Wert keine Unsicherheit. Er sollte für alle Längenmessungen, die auf Laufzeitmessungen beruhen, angewendet werden und die Generalkonferenz dekretierte unmißverständlich, daß eine neue Meterdefinition geplant sei, derart, daß obiger Wert von  $c$  in alle Zukunft unverändert bleiben sollte.

### **Die Generalkonferenz hat beschlossen...**

Nach jahrelangen, eingehenden Beratungen aller kompetenten Gremien, hat nun die 17. Generalkonferenz für Maß und Gewicht am 21. Oktober 1983 folgende Resolutionen, betreffend die Definition des Meter, beschlossen:

#### *Resolution 1*

Die Siebzehnte Generalkonferenz für Maß und Gewicht

in Erwägung

- daß die derzeitige Definition eine Darstellung des Meter mit ausreichender Genauigkeit für alle Zwecke nicht zuläßt;
- daß die in der Stabilisierung von Lasernerzielten Fortschritte zu Strahlungen geführt haben, die reproduzierbarer und leichter zu benutzen sind als die Standardstrahlung einer Krypton 86 — Lampe;

- daß die bei Messung der Frequenzen und der Wellenlängen dieser Strahlungen erzielten Fortschritte zu übereinstimmenden Werten der Lichtgeschwindigkeit geführt haben, deren Genauigkeit durch die Darstellung des Meter in seiner derzeitigen Definition grundsätzlich begrenzt ist;
- daß die Werte der Wellenlängen eine größere Genauigkeit erhalten, wenn sie mit Hilfe der Messung der Frequenz und eines gegebenen Wertes der Lichtgeschwindigkeit bestimmt werden, als durch Vergleich mit der Standardstrahlung von Krypton 86;
- daß es vorteilhaft ist, insbesondere für die Astronomie und die Geodäsie, den 1975 von der fünfzehnten Generalkonferenz für Maß und Gewicht in ihrer Resolution 2 für die Lichtgeschwindigkeit empfohlenen Wert unverändert beizubehalten ( $c = 299\,792\,458\text{ m/s}$ );
- daß verschiedene Formulierungen einer neuen Definition des Meter betrachtet worden sind, die alle davon ausgehen, der Lichtgeschwindigkeit einen exakten Wert zu geben, und zwar den bereits empfohlenen Wert, und daß hierdurch keine Diskontinuität der Längeneinheit eingeführt wird, die gegenüber der relativen Unsicherheit von  $\pm 4 \times 10^{-9}$  der besten Realisierungen des Meter in seiner derzeitigen Definition berücksichtigt werden müßte;
- daß diese verschiedenen Formulierungen, mögen sie sich auf den von Licht in einem bestimmten Zeitintervall zurückgelegten Weg oder auf die Wellenlänge einer Strahlung mit gemessener oder festgelegter Frequenz beziehen, Gegenstand von Beratungen und gründlichen Diskussionen waren, nach denen sie als gleichwertig anzusehen sind und sich eine Übereinstimmung zugunsten der ersten Form herausstellte;
- daß das Beratende Komitee für die Definition des Meter bereits jetzt in der Lage ist, Erläuterungen zur praktischen Anwendung einer solchen Definition zu geben, die die Verwendung der orangefarbenen Strahlung des Krypton 86, des bisherigen Standards, einschließen und die in Zukunft ergänzt oder berichtigt werden können;

entscheidet

1. Das Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im leeren Raum während der Dauer von  $1/299\,792\,458$  Sekunde durchläuft.
2. Die Definition des Meter, die seit 1960 gültig ist und die sich auf den Übergang zwischen den Niveaus  $2p_{10}$  und  $5d_5$  des Atoms Krypton 86 gründet, wird aufgehoben.

#### *Resolution 2*

Die Siebzehnte Generalkonferenz für Maß und Gewicht fordert das Internationale Komitee für Maß und Gewicht auf

- Erläuterungen zur praktischen Anwendung der neuen Definition des Meter aufzustellen;
- Strahlungen aufzuzählen, die als Wellenlängennormale für die interferentielle Längenmessung empfohlen werden können und Anweisungen für deren Gebrauch aufzustellen;
- die Untersuchungen zur Verbesserung dieser Normale fortzusetzen.

Soweit die Resolutionen der Meterkonvention.

Aber wie lauteten die anderen möglichen Formulierungen der Meterdefinition?

Vier Varianten standen zur Diskussion.

1. Das Meter ist gleich  $9\,172\,631\,770/299\,792\,458$  Wellenlängen im leeren Raum der Strahlung, die den Übergang zwischen den zwei Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes des Atoms Cäsium 133 entspricht.
2. Das Meter ist gleich der Länge von  $f/299\,792\,458$  Wellenlängen im leeren Raum einer unbegrenzten, ebenen, elektromagnetischen Welle mit der Frequenz  $f$ .

3. Das Meter ist gleich der Wellenlänge im leeren Raum einer unbegrenzten, ebenen, elektromagnetischen Welle der Frequenz 299 792 458 Hertz.
4. Das Meter ist gleich der Strecke, die im leeren Raum von unbegrenzten, ebenen, elektromagnetischen Wellen während der Dauer von  $1/299\,792\,458$  Sekunde durchlaufen wird.

Diese vier Varianten sind sachlich identisch. Gewählt wurde im Prinzip Variante 4 nach kräftiger Entrümpelung; außerdem wurden die „elektromagnetischen Wellen“ durch „Licht“ ersetzt, weil möglicherweise in der Zukunft festgestellt werden könnte, daß auch im leeren Raum die Geschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen von ihrer Frequenz abhängt. Bei Licht, also bei sichtbaren Strahlungen, ist diese Möglichkeit mit Sicherheit auszuschließen.

### Die neue Meterdefinition in der Praxis

Die Erläuterungen des Internationalen Komitees für Maß und Gewicht zählen folgende Darstellungsverfahren für das Meter und damit verbundene Verfahren zur Längenmessung auf:

- A) Zwischen der Weglänge  $l$ , die eine elektromagnetische Welle im leeren Raum während der Zeit  $t$  durchläuft, besteht die Beziehung:

$$l = c \cdot t$$

wobei für  $c$ , den Wert der Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum, gilt:

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s.}$$

- B) Mit Hilfe der Wellenlänge  $\lambda$  im leeren Raum einer ebenen, elektromagnetischen Welle der Frequenz  $f$ , wobei gilt:

$$\lambda = c/f$$

und  $c$  den obigen Wert hat.

- C) Mit Hilfe von Strahlungen, für die Frequenz und Wellenlänge in einer Liste angegeben werden. In dieser Liste sind die Strahlungsfrequenzen verbindlich; ihre relativen Unsicherheiten  $3\sigma$  sind dreifache Standardabweichungen. Die gleichfalls angegebenen Wellenlängen im leeren Raum sind Werte, die mit Hilfe der Lichtgeschwindigkeit  $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$  berechnet und dann gerundet wurden.

Diese Strahlungen sind:

#### 1. He-Ne-Laser Strahlungen

##### 1.1 Absorbierendes Molekül $\text{CH}_4$

$$f = 88\,376\,181,608 \text{ MHz}$$

$$\lambda = 3\,392,231\,397 \text{ nm}$$

$$3\sigma = \pm 1,3 \cdot 10^{-10}$$

##### 1.2 Absorbierendes Molekül $^{127}\text{I}_2$

$$f = 520\,206\,808,51 \text{ MHz}$$

$$\lambda = 576,294\,769\,27 \text{ nm}$$

$$3\sigma = \pm 6 \cdot 10^{-10}$$



1.3 Absorbierendes Molekül  $^{127}\text{I}_2$ 

$$f = 473\,612\,214,8 \text{ MHz}$$

$$\lambda = 632,991\,398\,1 \text{ nm}$$

$$3\sigma = \pm 1 \cdot 10^{-9}$$

1.4 Absorbierendes Molekül  $^{127}\text{I}_2$ 

$$f = 489\,880\,355,1 \text{ MHz}$$

$$\lambda = 611,970\,769\,8 \text{ nm}$$

$$3\sigma = \pm 1,1 \cdot 10^{-9}$$

2.  $\text{Ar}^+$  — LaserAbsorbierendes Molekül  $^{127}\text{I}_2$ 

$$f = 582\,490\,603,6 \text{ MHz}$$

$$\lambda = 514,673\,466\,2 \text{ nm}$$

$$3\sigma = \pm 1,3 \cdot 10^{-9}$$

Auf die Einzelheiten hinsichtlich der jeweiligen Übergänge sowie über die Betriebsbedingungen der Laser sowie der Adsorptionszellen kann hier nicht eingegangen werden.

## 3. Strahlungen von Spektrallampen

3.1 Strahlung entsprechend dem Übergang  $2p_{10}$  und  $5d_5$  des Atoms Krypton 86 (alte Meterdefinition)

$$\lambda = 605,780\,210\,2 \text{ nm}$$

$$3\sigma = \pm 4 \cdot 10^{-9}$$

## 3.2 Weitere Krypton 86 — Strahlungen

$$\lambda = 645,807\,20 \text{ nm}$$

$$642,280\,06 \text{ nm}$$

$$565,112\,86 \text{ nm}$$

$$450,361\,62 \text{ nm}$$

$$\text{Unsicherheit} = \pm 2 \cdot 10^{-8}$$

## 3.3 Quecksilber 198 — Strahlungen

$$\lambda = 579,226\,83 \text{ nm}$$

$$577,119\,83 \text{ nm}$$

$$546,227\,05 \text{ nm}$$

$$435,956\,24 \text{ nm}$$

$$\text{Unsicherheit} = \pm 5 \cdot 10^{-8}$$

## 3.4 Kadmium 114 — Strahlungen

$$\lambda = 644,024,80 \text{ nm}$$

$$508,723\,79 \text{ nm}$$

$$480,125\,21 \text{ nm}$$

$$467,945\,81 \text{ nm}$$

$$\text{Unsicherheit} = \pm 7 \cdot 10^{-8}$$

Die unter 3.2 bis 3.4 angegebenen Werte hat das Internationale Komitee für Maß und Gewicht schon 1963 veröffentlicht; es ist aus der Veröffentlichung nicht zu erkennen, ob die angegebenen Unsicherheiten dreifache Standardabweichungen sind.

Die Wellenlängen sind durchwegs in Nanometer (nm) =  $10^{-9}$  m angegeben.

### Längenmessungen heute und morgen

Es wäre kein Wunder, wenn nach den vielen Zahlen manchen Lesern der Kopf schwirrt. Wie sieht das alles in der Praxis aus? Wir müssen hier „kleine Längen“ im Laborbereich und im Bereich der Technik unterscheiden, die maximal einige Meter groß sind und „große Längen“ im geodätischen Bereich, die von einigen hundert Meter bis zu mehreren tausend Kilometer reichen.

Bei kleinen Längen ist primär die Frage zu stellen, wie genau die Länge begrenzt ist. Bei der Lichtinterferentiellen Längenmessung aber auch bei allen Laufzeitmessungen des Lichtes werden die Abstände von Spiegeln gemessen. Wie genau ist nun so eine Spiegeloberfläche zu definieren? Offenbar nur auf einige Atomdurchmesser des Spiegelmaterials und damit kommen wir auf eine Unsicherheit in der Position und des Abstandes der Spiegelflächen von etwa 1 nm. Das heißt, daß erst über 1 m Meßlänge eine relative Unsicherheit unter 1 nm/m oder  $10^{-9}$  möglich wird.

Die meisten Objekte im Laborbereich sind aus Stahl oder aus Materialien ähnlicher thermischer Ausdehnung gefertigt; diese beträgt zumeist etwa  $10^{-5}$  je Kelvin. Nur mit außerordentlich hohem Aufwand kann die Materialtemperatur auf  $10^{-3}$  Kelvin erfaßt werden; es ist damit vom Objekt her eine relative Unsicherheit unter  $10^{-8}$  kaum realisierbar.

Dann der Einfluß der Luft; sowohl die Laufzeit als auch die Wellenlänge ändern sich um  $10^{-6}$  je Kelvin Lufttemperatur. Diese kann im Labor bestenfalls auf 0,01 K erfaßt werden, was wieder zu einer relativen Unsicherheit von mindestens  $10^{-8}$  führt.

Wir können also zusammenfassen, daß im Laborbereich Längen und Abstände von Körpern bei Längen unter 1 cm bestenfalls auf 1 nm und bei größeren Längen bestenfalls auf einige Hundertmilliontel (einige  $10^{-8}$ ) gemessen werden können.

Alle diese Schwierigkeiten fallen jedoch weitgehend weg, wenn die Wellenlängen verschiedener Strahlungen untereinander verglichen werden, denn alle oben aufgezählten Unsicherheiten treten bei den zu vergleichenden Strahlungen in gleicher Weise auf und kompensieren einander. Es ist daher relativ leicht, Wellenlängen untereinander auf  $10^{-8}$  oder sogar besser zu vergleichen. Noch besser geht es bei Frequenzvergleichen, bei denen die relative Unsicherheit bis auf  $10^{-13}$  oder  $10^{-14}$  gesenkt werden kann.

Im geodätischen Bereich kann der Einfluß der Luft bei Längenmessungen wesentlich schlechter als im Labor erfaßt werden, so daß wir uns in der Regel mit einer relativen Unsicherheit von  $5 \cdot 10^{-6}$  begnügen müssen.

Es gibt jedoch eine Möglichkeit, diesen „Luftfehler“ unmittelbar ohne den Umweg über Temperatur, Druck, Feuchtigkeit und  $\text{CO}_2$ -Gehalt zu ermitteln. Der Weg geht über die Dispersion des Lichtes in der Luft und über die Längenmessung mit zwei verschiedenen Frequenzen; die Lichtgeschwindigkeit ist nämlich von der jeweiligen Strahlungsfrequenz oder Lichtfarbe abhängig und diese Differenz zwischen den Lichtgeschwindigkeiten, die zu entsprechenden Differenzen der Laufzeit und der Wellenlänge führt, beträgt zwischen 400 nm und 1 000 nm Wellenlänge etwa  $8 \cdot 10^{-6}$ , wobei die Laufzeiten in normaler Luft gegenüber dem leeren Raum um  $282 \cdot 10^{-6}$  bzw.  $274 \cdot 10^{-6}$  größer sind.

Diese Laufzeitunterschiede zwischen der Luft und dem leeren Raum sind der jeweiligen Luftdichte proportional. Sie verhalten sich, unabhängig von der Luftdichte, die gerade herrscht, immer wie

$$8 : 282 : 274.$$

Der Faktor „8“ ist dabei dem unmittelbar meßbaren Laufzeitunterschied zwischen den Wellenlängen 400 nm und 1 000 nm zugeordnet.

Wenn es also gelänge, z.B. bei den Frequenzen, denen die Wellenlängen 400 nm und 1 000 nm entsprechen, Laufzeitunterschiede beider Frequenzen auf  $10^{-10}$  der gesamten Laufzeit zu bestimmen, so müßte es möglich sein, auf die Laufzeit im leeren Raum zu extrapolieren und das Resultat sollte dann auf etwa  $10^{-8}$  richtig sein. Wir wollen aber über dieses Verfahren hier nicht weiter sprechen und dies Berufeneren überlassen.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß aufgrund der neuen Meterdefinition Strecken im leeren Raum, also im extraterrestrischen Bereich auf einige  $10^{-10}$  meßbar sind und daß zu erwarten ist, daß dieser Wert in den nächsten Jahrzehnten auf  $10^{-13}$  bis  $10^{-14}$  gesenkt werden kann.

Die neue Meterdefinition wird sehr lange Zeit unverändert in Geltung bleiben können, da sie auf dem für die Lichtgeschwindigkeit festgesetzten Wert und auf der Sekunde beruht; sie ist jedoch in ihrem Wortlaut von der Sekundendefinition unabhängig.

Die neue Meterdefinition entspricht der Forderung, die die Gründer des metrischen Maßsystems vor rund 200 Jahren aufgestellt haben; sie beruht auf Naturmaßen, die allen Völkern dieser Erde in gleicher Weise zugänglich sind.

Manuskript eingelangt: Jänner 1984

#### Literatur

*Braunbeck, J.; Hasenauer, W., Lewisch, R.* (1980): Von der Elle zum Atommaß, Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Wien, 1980

*Moreau, H.* (1975): Le système métrique; Editions Chiron, Paris, 1975

*Ulbrich, K.* (1972): 100 Jahre metrisches Maßsystem in Österreich, Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Wien, 1972

*Beschlüsse der 17. Generalkonferenz der Internationalen Kommission für Maß und Gewicht, Paris, 1983*

## Lokale Geoidbestimmung und Lotabweichungsfeld in Österreich

Von E. Erker, Wien

#### Abstract

After an estimation of the influences of geoid undulations and deflections of the vertical to geodetic measurements the Austrian efforts in the determination of gravity field parameters are shown in a historical view. The presentation of corresponding modern results is divided into two parts. The first one deals with investigations of the Austrian Federal Bureau of Standards and Surveying, which were executed in the sense of Helmert's astro-geodetic levelling but in a slightly modified way. The second part is a presentation of the calculations of the Graz group (Technical University of Graz), who was applying the modern algorithm of collocation. The last chapter is a trial to explain the small but systematic discrepancies between the two solutions.