

Paper-ID: VGI\_198615



## Die Ausgleichung des österreichischen Präzisionsnivellementnetzes

Norbert Höggerl <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Abt. K 2 (Erdmessung), Schiffamtsgasse 1-3, A-1025 Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **74** (4), S. 216–249

1986

Bib<sub>T</sub><sub>E</sub>X:

```
@ARTICLE{Hoeggerl_VGI_198615,  
  Title = {Die Ausgleichung des {"o}sterreichischen Pr{"a}  
          zisionsnivellementnetzes},  
  Author = {H{"o}ggerl, Norbert},  
  Journal = {"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen und  
            Photogrammetrie},  
  Pages = {216--249},  
  Number = {4},  
  Year = {1986},  
  Volume = {74}  
}
```



## Die Ausgleichung des österreichischen Präzisionsnivellementnetzes

Von N. Höggerl, Wien

### Abstract

In Austria a new system of different heights is under construction: dynamic-, orthometric- and ellipsoidal heights. At the basis of these different heights there are geopotential values  $C$ , which were computed by an adjustment of the geopotential differences. The necessary height differences were taken from the Austrian 1<sup>st</sup> Order Levelling Net and the gravity information is derived from the new Austrian Gravity Base Net. In the functional model the changes in height caused by recent crustal movements of the surface of the earth could be taken into account. The influence of the geomagnetic field on the KONI 007 could be regarded as a negligible quantity. Computing the refraction error was not possible as there is a lack of meteorological and measuring data at the moment.

Some investigations were done to get proper weights for the observations: at first one model was used which takes into account the length of the levelling line, and then another one which in addition to the length takes into consideration the height difference and at last a model that additionally allows for a certain noise for every junction point. These three models were compared with a correlation-type model developed by *Lucht*. The best fitting model was found by the use of statistical tests in comparison with the standard deviations. This model uses three components: the length and the height difference of the levelling line and the noise of the junction points.

The configuration of the net in the western part of Austria is not very strong, therefore two variations for the solution of the adjustment were examined. In solution I only Austrian lines were used and the junction points of the UELN 73 between Austria and Germany and Switzerland were considered as fixed points. For solution II German, Swiss, and Italian lines in the western part of Austria were used to strengthen the net, the computation was done without any "datumfixation". Statistical investigations in the standardized residuals (Popetest, Pearsonstest) and computation of the precision and the reliability showed that solution II gives better results than solution I. The maximum standard deviation for the differences of the geopotential values derived from the adjusted  $\bar{C}$  is  $s_{\max} \leq 11,8 \cdot 10^{-3} \text{ kgalms}^{-2}$ . The datum is fixed by minimizing the quadratic sum of the differences between the  $\bar{C}$ -values of the UELN 73 junction points at the border to Germany and Switzerland and the  $\bar{C}$ -values of the net computed without any datum fixation. The adjusted  $\bar{C}$ -values refer approximately to the mean sea level (MSL) at Amsterdam. There is a difference between MSL and the corresponding equipotential surface of about 0.2–0.5 m.

For the computation of the orthometric heights, the mean value of the gravity was computed by the help of a digital terrain model with a homogeneous density value. The differences between the orthometric heights and the heights which are in use at the moment (Gebrauchshöhen) are between +456 mm and –27 mm. The biggest influence upon these differences is due to the change of the datum point, the new reference point being the Normal Amsterdam Peil (NAP), whereas the old reference point was Trieste (Italy).

If further investigations (refraction error, configuration of the net, computation of the mean value of the gravity with different density) prove to be successful, the orthometric heights in combination with GPS measurements will lead to an improvement of the Austrian geoid.

### 1. Einleitung

Als im Jahre 1966 mit der 1. Wiederholungsmessung des übergeordneten Österreichischen Höhennetzes (ÖHN) durch das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen (BEV) begonnen wurde, stand vor allem der Ersatz der großen Anzahl von verlorenen Höhenpunkten im Vordergrund. Dieser Verlust erreichte in einzelnen Gebieten mehr als 50% (im Durchschnitt jährlich ca. 1,5%). Es war auch vorgesehen, durch den Vergleich der Neumessungen mit älteren Präzisionsnivellements Untersuchungen in Hinblick auf mögliche Höhenänderungen durchzuführen.

Durch den verstärkten Einsatz von EDM-Geräten in den 70er Jahren zeigte es sich, daß besonders in den gebirgigen Teilen Österreichs die übliche Art der Streckenreduktion ohne Kenntnis von Geoidundulationen und Lotabweichungen, nur mittels einer genäherten Meereshöhe, zu Fehlern in der reduzierten Strecke von 1–2 Dezimetern führen kann (Zeger, 1983). Weiters wurden am Beginn der 80er Jahre die ersten GPS-Messungen in Europa durchgeführt, die eine relative Genauigkeit von  $2 \cdot 10^{-6}$  erreichten. Als Ergebnis der Auswertung von GPS-Messungen werden Koordinatendifferenzen im geozentrischen Koordinatensystem der Satelliten erhalten, nach deren Transformation in das Landessystem  $\varphi$ ,  $\lambda$  und ellipsoidische Höhen entstehen.

Um eine Verbindung von Meßmethoden mit rein geometrischer Information (GPS) mit solchen Meßmethoden, die geometrisch-physikalische Information beinhalten, herstellen zu können, ist es notwendig, ein

- detailliertes Geoid (Erker, 1984) und ein
  - neues Höhensystem (Zeger, 1985)
- in Österreich zu erstellen. Dieses neue Höhensystem wird aus
- dynamischen Höhen,
  - orthometrischen Höhen und
  - ellipsoidischen Höhen

bestehen. Da das derzeit in Verwendung befindliche Gebrauchshöhensystem (sphäroidische = normalorthometrisch korrigierte Höhen) mit seinen Grundlagen in das vorige Jahrhundert zurückreicht und Verformungen bis zu 0,4 m aufweist, wird es zur Gänze durch das System der orthometrischen Höhen ersetzt werden.

Grundlage für die angeführten Höhen sind die geopotentiellen Koten  $C$ , die durch eine Ausgleichung der geopotentiellen Kotendifferenzen  $\Delta c$  ermittelt werden:

$$\Delta c_{AB} = \int_A^B g \, dh \rightarrow \Delta c_{AB} = \sum_A^B \bar{g}_{ij} \Delta h_{ij} \quad (1)$$

Wobei  $\bar{g}_{ij}$  die mittlere Oberflächenschwere für den Nivellementabschnitt von  $i$  nach  $j$  und  $\Delta h_{ij}$  der nivellierte Höhenunterschied zwischen den Punkten  $i$  und  $j$  ist. Für eine hypothesenfreie Berechnung der  $\Delta c$ -Werte genügt also die Kenntnis der nivellierten Höhenunterschiede  $\Delta h$ , sowie der mittleren Oberflächenschwere entlang des Nivellementweges.

## 2. Präzisionsnivellement-Messungen

Die im Jahre 1966 begonnene Wiederholungsmessung des ÖHN I. Ordnung wurde 1984 abgeschlossen. Zu den Linien I. Ordnung wurden Linien II. Ordnung hinzugenommen, um eine Verdichtung des Netzes zu erreichen (Messungen bis 1985). Die Linienführung und Netzkonfiguration war einerseits durch die Straßen quer zum Alpenhauptkamm, sowie andererseits durch bereits bestehende Linien größtenteils vorgegeben.

Die Messungen wurden mit folgendem Instrumentarium durchgeführt: selbsthorizontierendes Kompensatornivelliergerät KONI 007 von Zeiß Jena (ab 1970 alle Meßtrupps bis 1985), 3 m-Invarband-Nivellierlatten mit Holz- oder Metallrahmen, Lattenuntersätze 3–6 kg. Die Kontrolle der Lattenteilung der Nivellierlatten erfolgte seit 1979 mit Laserinterferenzkomparatoren, der Maßstab wurde während der gesamten Dauer der Messungen (1966 bis 1985) mit der Komparatoranlage des BEV bestimmt (Genauigkeit  $1 \cdot 10^{-5}$ ).

Die Hin- und Rückmessung einer Teilstrecke (Länge ca. 0,4 km) ist im allgemeinen am gleichen Tag unter ähnlichen äußeren Bedingungen durchgeführt worden. Diese zeitliche Anordnung der Hin- und Rückmessung ist umstritten, da eine größere Korrelation zwischen beiden Messungen auftritt und auch der Einfluß der Refraktion in die gleiche Richtung wirkt. Ausschlaggebend ist jedoch, daß bei möglichst gleichartigen äußeren Bedingungen der

Einsinkeffekt der Lattenuntersätze im Mittel aus Hin- und Rückmessung zum größten Teil eliminiert wird. Da der Temperaturgradient während der Beobachtungszeiten (7–18 Uhr) normalerweise das Vorzeichen nicht ändert, wird es auch für Messungen bei unterschiedlichen Wetterlagen zu keiner Elimination des Refraktionseffektes kommen. Das typische Verhältnis zwischen Einsink- und Refraktionseffekt zeigt Abbildung 1.

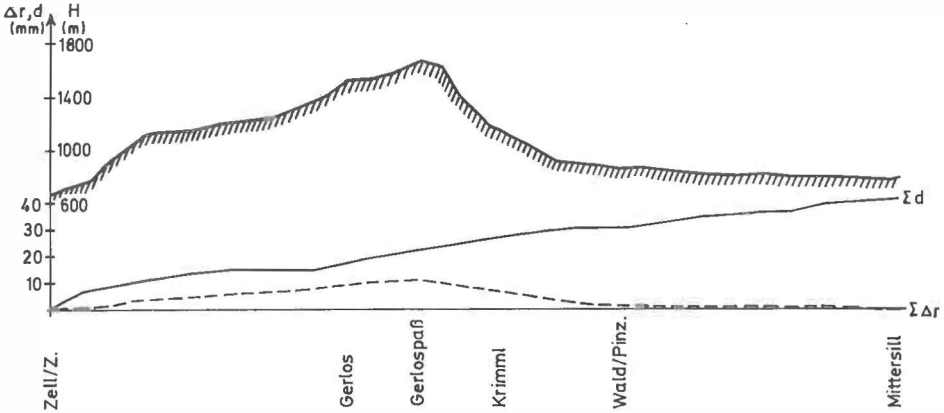


Abb. 1: Vergleich von Refraktionseinfluß  $\Sigma\Delta r$  und Einsinkeffekt  $\Sigma d$

Die Größe der Refraktion  $\Delta r$  wurde nach (Mozžuchin, 1977) berechnet:

$$\Delta r = -s^2 \gamma \frac{\Delta h}{(h_v + i)(h_r + i)} \cdot 10^{-6} \text{ (m)} \tag{2}$$

s . . . . . Zielweite

$\Delta h$  . . . . Höhenunterschied einer Aufstellung

$h_v, h_r$  . . . . Lattenlesung im Vorblick und Rückblick

i . . . . . Instrumentenhöhe

$\gamma$  . . . . . Temperaturgradient ( $^{\circ}\text{K/m}$ )

Mit Ausnahme von  $\gamma$  entsprechen alle anderen Größen dem tatsächlichen Linienverlauf.  $\gamma$  wurde aufgrund von detaillierten Wetter- und Temperaturangaben unter Zugrundelegung von verschiedenen Veröffentlichungen (Vyskočil, 1982, Pelzer, 1982) zwischen  $0,2^{\circ}$  und  $0,5^{\circ}$  ( $^{\circ}\text{K/m}$ ) angenommen.

Die Summe der Refraktionseffekte erreicht den Maximalwert von 11 mm an der höchsten Stelle des Meßprofils und für die gesamte Strecke eine Größe von 0,02 mm (im Durchschnitt 0,01 mm/Aufstellung). Die Differenzen d zwischen Hin- und Rückmessung (= doppelter Einsinkeffekt) betragen 41,7 mm auf der ganzen Strecke oder ebenfalls 0,01 mm/Aufstellung. Daß die Einsinkeffekte sich durch die Mittelbildung gut kompensieren, zeigt die Gegenüberstellung von d-Werten und Schleifenschlußfehlern (berechnet aus den Mittelwerten der Hin- und Rückmessung) in Tabelle 1.

Schleife Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
Länge (km)	1,9	18,3	34,4	18,3	1,6	10,1	16,1	3,4
Einsinkeffekt d	+ 2,2	+ 13,1	+ 25,6	+ 5,0	+ 2,1	+ 4,8	+ 3,4	+ 2,5
Schleifenschluß	- 0,1	+ 2,1	- 2,5	+ 0,3	- 0,3	- 1,0	+ 1,5	- 0,3

Tab. 1: Einsinkeffekte d (mm) im Vergleich zu Schleifenschlußfehlern (mm)

Weitere charakteristische Daten für das ÖHN sind: Visurlängen:  $S_{\max} = 30$  m,  $S_{\min} = (7-10)$  m,  $\bar{s} = 22$  m. Die Reihenfolge der Ablesung erfolgte nach dem Schema RVVR, wobei bei jedem Rück- und Vorblick an beiden Lattenteilen abgelesen wurde.

### 3. Schweremessungen

Entlang der Linien des ÖHN wurden auch Schweremessungen durchgeführt. Bei diesen Messungen standen 3 Gerätetypen von Relativgravimetern im Einsatz:

Nörgaard (bis 1959):  $m_N \pm 0,35$  mgal ( $10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ )

Worden (bis 1981):  $m_W \pm 0,20$  mgal

Lacoste Romberg (ab 1981):  $m_{LC} \pm 0,03$  mgal

Die Schweremessungen wurden bis 1978 auf das Schweresystem Potsdam alt mit  $g_A^P = 981\,274,00$  mgal bezogen und anschließend für die Berechnung von  $\Delta c$ -Werten in das IGSN 71 mit  $g_N^P = 981\,260,00$  mgal (Potsdam neu) transformiert. Im Jahre 1980 wurde auf den 4 Stationen Altenburg, Kremsmünster, Penk und Graz durch das Istituto di Metrologia, Torino, die Schwere absolut gemessen.

Ausgehend von diesen 4 Stationen und unter Einbeziehung der Absolutstationen München/BRD und Chur/Schweiz wurde ein neues Österreichisches Schweregrundnetz (ÖSGN) aufgebaut, welches aus 20 Punkten I. und 195 Punkten II. Ordnung besteht (Ruess, 1983); siehe Abbildung 2. Gleichzeitig mit den Messungen für das ÖSGN wurde auch für 86 Punkte des alten Netzes die Schwere bestimmt. Damit war es möglich, systematische Abweichungen des alten Netzes vom ÖSGN zu erkennen und bei der Umrechnung der alten Schwerewerte zu berücksichtigen. Detaillierte Angaben über diese Differenzen sind in Abbildung 2 enthalten. Es fällt auf, daß der Mittelwert aller Differenzen

$$g_{\text{alt}} - g_{\text{neu}} = +15,03 \pm 0,09 \text{ mgal}$$

gegenüber dem Wert in Potsdam um 1,03 mgal größer ist:

$$g_A^P - g_N^P = +14,00 \text{ mgal}$$

Der Abstand der Schwerepunkte für die Messungen entlang von Nivellementlinien betrug 1–3 km, wobei markante Richtungs- und Neigungsänderungen im Linienvverlauf für die Anordnung der Meßpunkte ausschlaggebend waren. Bei der Berechnung der geopotentiellen Kotendifferenzen  $\Delta c$  gab es folgende Gruppen von Schwerepunkten, abhängig davon, wie die Schwere bestimmt wurde:

g alt: Punkte mit Schweremessung im System alt (vor 1980)

g neu: Punkte mit Schweremessung im System neu (ab 1980)

g üb: Punkte mit übertragener Schwere (abgeleitet von einem verlorenen Schwerepunkt mittels eines mittleren Vertikalgradienten von  $-0,2$  mgal/m bis  $\Delta H_{\max} = 10$  m).

g int: Punkte mit interpolierter Schwere (Interpolation mittels Freiluftanomalie)

Um die Genauigkeit der Schwereinterpolation und -übertragung zu überprüfen, wurde auf 2 Linien (Radstadt – Mauterndorf, Trautenfels – Liezen – Micheldorf) für 200 Punkte die Schwere bestimmt. Es ergaben sich dabei folgende Maximalwerte für die Standardabweichung der Differenzen:

$$g_{\text{neu}} - g_{\text{alt}}: m = \pm 0,43 \text{ mgal}$$

$$g_{\text{neu}} - g_{\text{üb}}: m = \pm 0,80 \text{ mgal}$$

$$g_{\text{neu}} - g_{\text{int}}: m = \pm 0,97 \text{ mgal}$$

Daraus ist ersichtlich, daß die unter Punkt 4 abgeleitete Genauigkeit von  $\pm 1$  mgal bei  $\Delta h = 100$  m bei allen Gruppen von Schwerepunkten erreicht wird.

### Österreichisches Schweregrundnetz (ÖSGN)

- Punkte 0.Ordnung (Absolutschwerepunkte)
- Punkte 1.Ordnung
- Differenz  $\text{ÖSGN} : g_{\text{alt}} - g_{\text{neu}}$  (mgal)
- Anzahl : 86
- Mittel :  $\pm 15,03 \pm 0,09$
- Maximum :  $\pm 15,25$  Bernhardsthal
- Minimum :  $\pm 14,82$  Penk
- Stand : 1986-03

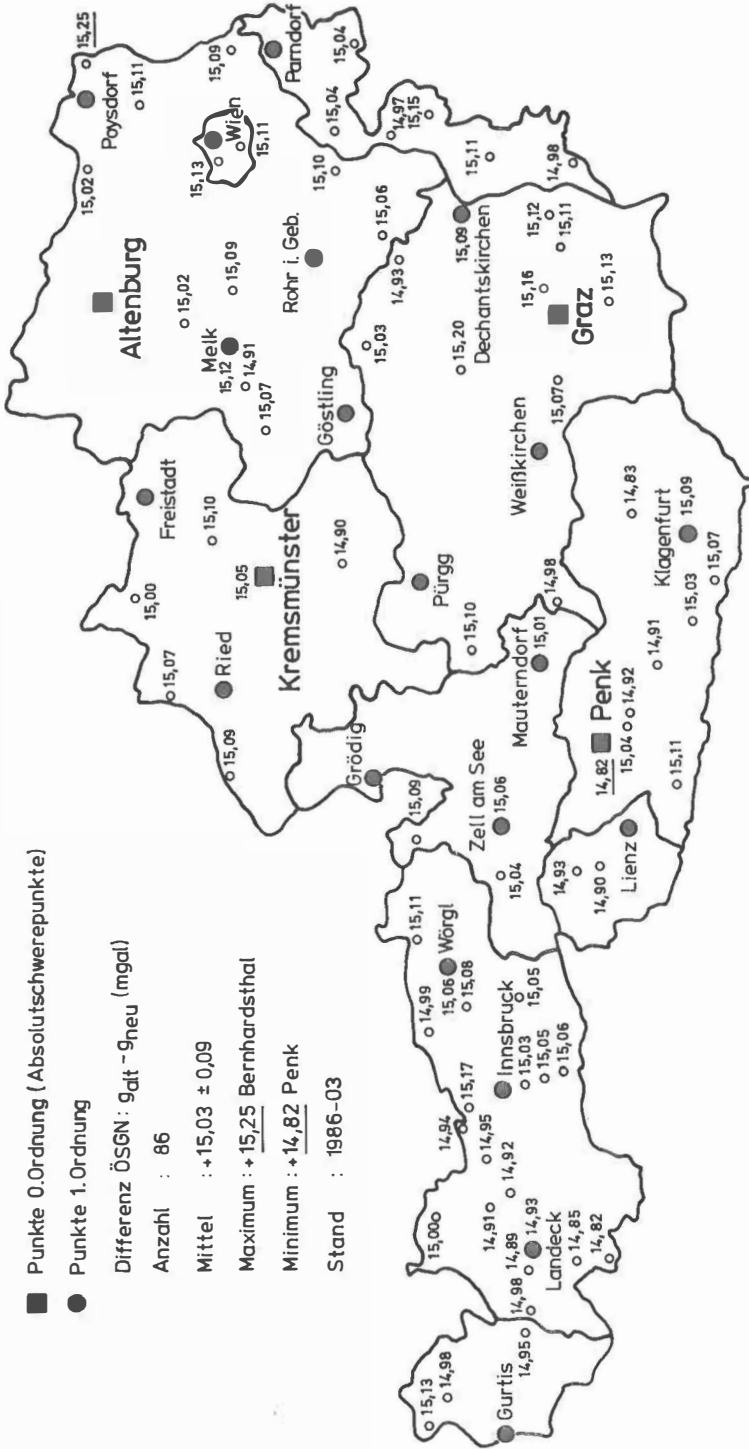


Abb. 2: Österreichisches Schweregrundnetz und Differenzen  $g_{\text{alt}} - g_{\text{neu}}$

#### 4. Geopotentielle Kotendifferenzen $\Delta c$

Um die tatsächliche Oberflächenschwere  $g$  zu berücksichtigen, ist die Berechnung des Netzausgleiches im System der geopotentiellen Kotendifferenzen  $\Delta c$  nach (1) notwendig. Es ist daher zu überprüfen, wie weit sich Fehler des Präzisionsnivelements und der Schwere-messung auf die Genauigkeit der  $\Delta c$ -Berechnung auswirken. Ausgegangen wurde von der Annahme, daß der Fehler  $m_c$  pro Teilstrecke

$$m_c < 100 \text{ mgal m} \triangleq 0,1 \text{ mm} \tag{3}$$

sein soll.

#### Österreichisches Schweregrundnetz (ÖSGN)

Wird angenommen, daß im Flachland 3 und im Bergland 5 Teilstrecken/Kilometer sind, so ergeben sich folgende Werte für  $m_c$ :

$$m_{\Delta c}^{\text{Fl}} = 100 \sqrt{3} = 170 \text{ mgal m/km} \triangleq 0,17 \text{ mm/km}$$

$$m_{\Delta c}^{\text{B}} = 100 \sqrt{5} = 224 \text{ mgal m/km} \triangleq 0,22 \text{ mm/km}$$

Damit ergibt sich ein Verhältnis von Höhen- und Schwerefehler bei der Berechnung der  $\Delta c$  von:

$$\text{Flachland: } m_{\Delta c}^{\text{ges}} = \sqrt{m_{\Delta h}^{\text{Fl}} \bar{g}^2 + m_{\bar{g}}^2 \Delta h^2} = 1,06 m_{\Delta h}^{\text{Fl}}$$

$$\text{Bergland: } m_{\Delta c}^{\text{ges}} = \sqrt{m_{\Delta h}^{\text{B}} \bar{g}^2 + m_{\bar{g}}^2 \Delta h^2} = 1,04 m_{\Delta h}^{\text{B}}$$

$$\text{wenn: } m_{\Delta h}^{\text{Fl}} = \pm 0,5 \text{ mm/km,}$$

$$m_{\Delta h}^{\text{B}} = \pm 0,8 \text{ mm/km,}$$

$$\text{und: } m_{\bar{g}} \Delta h = m_c.$$

Daraus ist ersichtlich, daß der Einfluß des Fehlers im mittleren Oberflächenschwerewert  $\bar{g}$  der einzelnen Teilstrecken nur 4–6% des Höhenfehlers ausmacht und daher vernachlässigt werden kann. Besonders wenn man weiß, daß nur bei einer geringen Anzahl von Teilstrecken der Grenzwert von  $m_{\Delta c} = 100 \text{ mgal m}$  erreicht wird. Aus der Forderung (3) leiten sich die notwendigen, in Tabelle 2 zusammengestellten Genauigkeiten für die mittleren Oberflächenschwerewerte  $\bar{g}$  ab:

$\Delta h$ (m)	5	10	20	30	40	50	100
$m_{\bar{g}}$ (mgal)	$\pm 20$	$\pm 10$	$\pm 5,0$	$\pm 3,3$	$\pm 2,5$	$\pm 2,0$	$\pm 1,0$

Tab. 2: Erforderliche Genauigkeit  $m_{\bar{g}}$  der Schwerewerte in Abhängigkeit vom Höhenunterschied  $\Delta h$  der Höhenpunkte.

#### 5. Ausgleichung

Die Ausgleichung des Nivellementnetzes erfolgte im System der geopotentiellen Knoten C nach vermittelnden Beobachtungen und sollte einerseits gute Schätzwerte  $\bar{C}$  für die beteiligten Knotenpunkte, sowie andererseits auch Aussagen über die zu erwartende Genauigkeit und Zuverlässigkeit dieser  $\bar{C}$  liefern. Für Gewichts- und Fehleruntersuchungen wurde mit einem Teilnetz, das den östlichen und zentralen Teil Österreichs umfaßt und nur aus österreichischen Messungen besteht, gerechnet (Ausnahme: 24,7 km in Bayern zwischen Salzburg/Grenze und Steinpaß/Grenze).

Im Westen Österreichs wurden Linien der angrenzenden Staaten Bundesrepublik Deutschland, Italien und Schweiz in die Berechnungen mit einbezogen, um ein brauchbares Netz zu erhalten (Tab. 3).

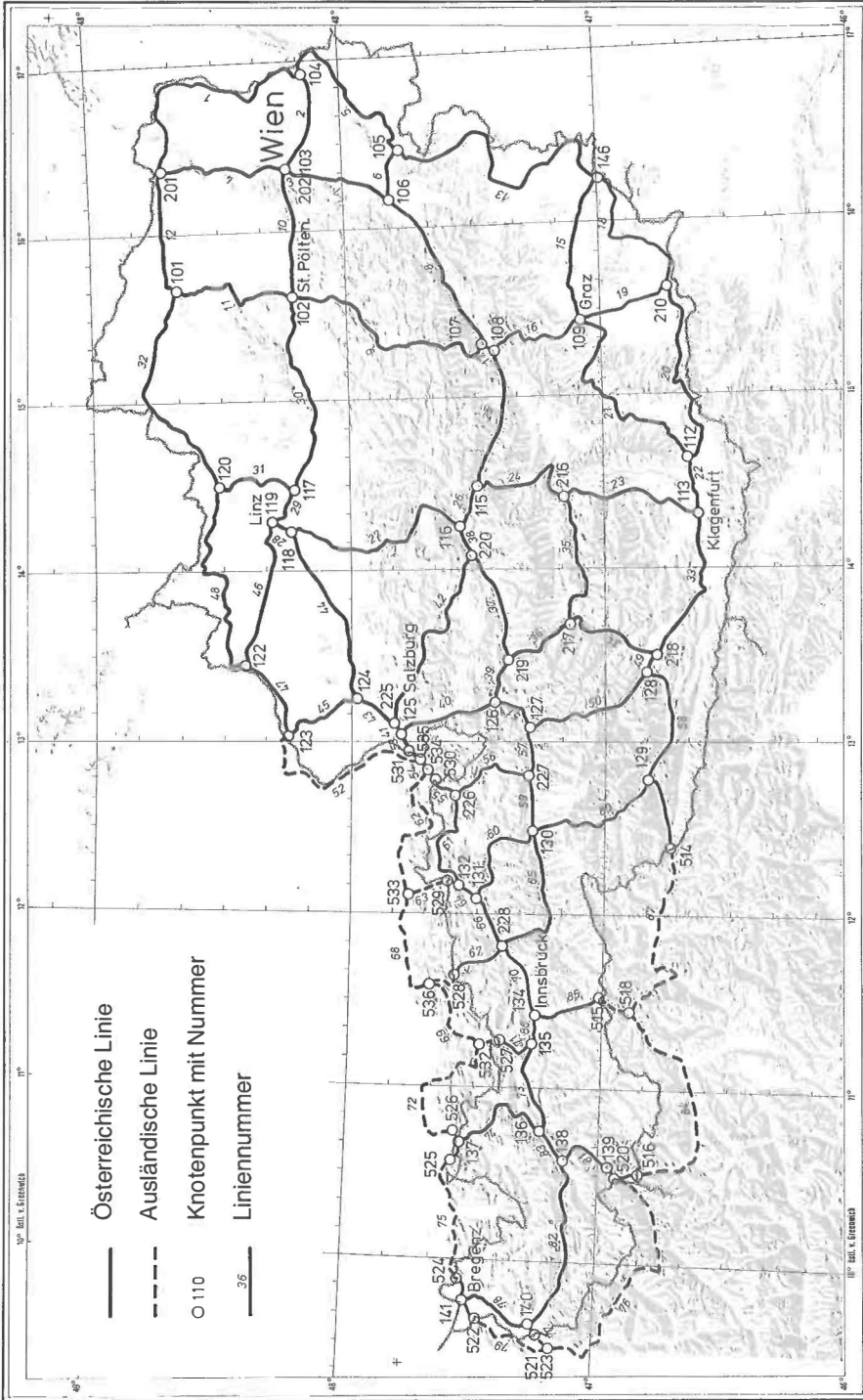


Abb. 3: Verlauf der Nivellementlinien im ausgeglichenen Netz.



	Länge (km)	Schleifen	Knoten	Meßdauer
Österreich Zentral	3867	21,0	39	1966–1985
Österreich West	567	5,4	11	1970–1984
Deutschland	564	2,8	5	1973–1984
Schweiz	203	1,0	1	1950–1976
Italien	257	0,8	1	1950–1954
Gesamtnetz	5458	31,0	57	1950–1985

Tab. 3: Kenndaten für das ÖHN mit den einbezogenen ausländischen Linienteilen.

### 5.1. Funktionale Modelle

Bei Nivellementnetzen erfolgt der Aufbau immer vom Kleinen ins Große durch Aufsummierung von einzelnen Höhenunterschiedsbestimmungen. Dadurch summieren sich auch die kleinsten systematischen Fehler nach einigen Hunderten Kilometern bereits zu Beträgen, die für einzelne Verwendungszwecke (z. B. Untersuchung von rezenten Höhenänderungen) nicht mehr akzeptabel sind. Es ist daher notwendig, ihrer Funktion nach bekannte Fehler entweder vor der Ausgleichung zu entfernen, oder in der Ausgleichung selbst zu modellieren. Dabei ist jedoch zu beachten, daß durch die Einführung von zusätzlichen Parametern in die Ausgleichung die schwache Überbestimmung eines Nivellement-Netztes weiter verringert wird. Es leidet dadurch die Zuverlässigkeit aller ausgeglichenen Werte. Die besprochenen und teilweise auch verwendeten Modelle gleichen die „Beobachtungen“  $\Delta c$  nach dem sogenannten Gauß-Markov-Modell vermittelnd aus. Das von Meissl (1980) und Fuchs (1980, 1983) vorgeschlagene Prinzip der Minimierung der Absolutsumme der Verbesserungen

$$\sum |v_i| = \min \tag{4}$$

wurde hier nicht berücksichtigt, da es hauptsächlich zur Aufdeckung von Ausreißern verwendet wird.

#### 5.1.1. Standard-Modell

Als übliches Modell zur Ausgleichung von Nivellementnetzen wird

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{l} \tag{5}$$

verwendet, mit  $\mathbf{v}$  als Vektor der Verbesserungen,  $\mathbf{A}$  der Konfigurationsmatrix,  $\mathbf{x}$  dem Unbekanntenvektor ( $\bar{\mathbf{x}}$  Vektor der Schätzwerte) und  $\mathbf{l}$  dem Vektor der Beobachtungen.

Die bereits linearen Beobachtungsgleichungen lauten daher:

$$v_{ij} = C_j - C_i - \Delta c_{ij} \tag{6}$$

dabei sind  $C_i$  und  $C_j$  die geopotentiellen Knoten der Knotenpunkte  $i$  und  $j$  in einem freizuwählenden System.

#### 5.1.2 Geomagnetisches Modell

Im Jahre 1981 wurde durch eine Untersuchung von Rumpf, Meurisch (1981) gezeigt, daß sowohl künstliche Magnetfelder als auch geomagnetische Felder Einflüsse auf die Horizontierung der Ziellinie von Kompensatornivellieren ausüben können. Dieser Fehler wirkt systematisch und kann Werte bis zu 2,0 mm/km erreichen. Durch Erweiterung der Gleichung (5) läßt sich dieser Fehler im Modell berücksichtigen:

$$v_{ij} = C_j - C_i - \Delta c_{ij} + \Delta \varphi_{ij} \cdot K_1 \tag{7}$$

wobei  $\Delta\varphi_{ij}$  die Differenz der geographischen Breite zwischen den Punkten  $i, j$  und  $K_1$  der geomagnetische Parameter für das Instrument 1 ist. Da  $K$  vom Instrument abhängig ist, müßte für jedes Instrument ein eigener  $K$ -Wert eingeführt und in der Ausgleichung bestimmt werden, sofern  $K$  nicht vor und nach der Feldarbeit im Labor bestimmt wurde.

Mehrere Veröffentlichungen (u. a. Rumpf, Meurisch 1981, Kolenatý 1985) zeigten jedoch, daß die zu 95% an den Messungen des ÖHN beteiligten Kompensatornivelliere KONI 007 eine sehr geringe Abweichung der Ziellinie, hervorgerufen durch das geomagnetische Feld, aufweisen (Maximalwerte  $\pm 0,09$  mm/km). Weiters wurden 2 KONI 007 (Nr. 200.943 aus 1969 und Nr. 527.042 aus 1982), die bei der Messung des Netzes in Verwendung standen, im Erdmagnetischen Observatorium in Wingst/BRD einer Überprüfung unterzogen, die ebenfalls äußerst geringe, nicht signifikante Werte von  $(-0,04$  bis  $-0,01)$  mm/km bei einer Genauigkeit von  $\pm 0,02$  mm/km lieferte. Ein Vergleich von 3000 km Nivellement des österreichischen Nivellementnetzes, gemessen mit Libellennivellieren Zeiß Ni III, mit Nivellements gemessen mit KONI 007, brachte ebenfalls keine Hinweise auf eine Horizontschiefe, hervorgerufen durch das geomagnetische Feld ( $+ 0,003$  mm/km).

Aufgrund der angeführten Prüf- und Untersuchungsergebnisse konnte auf die Berücksichtigung eines geomagnetischen Parameters  $K$  im funktionalen Modell verzichtet werden.

### 5.1.3 Refraktionsmodell

Eine direkte Berücksichtigung der Refraktion scheitert zumeist am nicht bekannten Temperaturgradienten  $\gamma$  in Formel (2). Die Verwendung eines Näherungswertes, wie es in Abschnitt 2 durchgeführt wurde, erfordert ebenfalls detaillierte Wetterangaben, wie sie nur für die Linien ab 1983 zur Verfügung stehen (ca. 10% des Gesamtnetzes). Die von Remmer (1980) vorgeschlagene Ermittlung eines Refraktionsparameters  $K$  durch eine Ausgleichung nach dem Modell:

$$v_{ij} = C_j - C_i - \Delta c_{ij} + \Sigma (s^2 \Delta c) \cdot K \quad (8)$$

mit  $s$  als Zielweite,  $\Delta c$  Kotenunterschied einer Instrumentenaufstellung, bringt für Gebiete mit überwiegend einheitlichen topographischen Verhältnissen (z. B. Finnland, Dänemark) eine Verbesserung der Ergebnisse. In Österreich sind jedoch die Meßgebiete sehr unterschiedlich (Bergland, Hügelland, Flachland), sodaß mit mehreren Unbekannten  $K$  gerechnet werden müßte, was wieder eine Verringerung der Zuverlässigkeit der Schätzwerte  $C_i$  bedeutet. Weiters sind auch die Größen  $s^2 \Delta c$  für die rund 100 000 Instrumentenaufstellungen des Netzes derzeit nicht vorhanden.

Da die Knotenpunkte des Netzes meist in den Talregionen liegen, erreichen die Differenzen  $\Delta h$  zwischen ihnen nur maximal 575 m. Der Einfluß der Refraktion hebt sich für Messungen über die Alpenpässe zum größten Teil auf, wie aus Abbildung 1 hervorgeht.

Tabelle 4 zeigt, daß 90% der  $\Delta h$ -Werte unter 300 m liegen und nur 2% zwischen 500 und 600 m. Die sich dafür ergebenden Werte für  $\Sigma \Delta r$  sind ebenfalls in Tabelle 4 angeführt (berechnet nach (2) mit  $S_{\max} = 25$  m,  $i = 1,5$  m). Die Werte  $\Sigma \Delta r$  erreichen für  $\Delta h > 300$  m die Genauigkeit der Nivellementmessungen und werden sie auch je nach gewähltem Temperaturgradienten übersteigen. Aufgrund der zum größten Teil fehlenden Wetterdaten muß jedoch vorerst auf eine Berücksichtigung des Refraktionseinflusses verzichtet werden.

$\Delta h$ (m)	0	100	200	300	400	500	600
Anzahl $\Delta h$	40	21	17	7	0	2	
$\Sigma \Delta r: \gamma = 0,15$	0	1,1	2,1	3,2	4,3	5,4	6,5
$\Sigma \Delta r: \gamma = 0,25$	0	1,7	3,6	5,4	7,2	8,9	10,8

Tab. 4: Refraktionseinfluß  $\Sigma \Delta r$  (mm) bei gegebenem  $\Delta h$  (m)

5.1.4 Dynamisches Modell

Als Knotenpunkte des Netzes wurden unter Verwendung von Messungen aus mehreren Epochen die stabilsten Höhenpunkte der jeweiligen Region ausgewählt. Meist nicht näher bekannte periodische Änderungen der Höhenlage der Knotenpunkte (z. B. durch Grundwasserspiegelschwankungen) werden nicht im funktionalen-dynamischen Modell, sondern im stochastischen Modell berücksichtigt. Abgesehen von lokalen oder regionalen Höhenänderungen unterliegt das gesamte Höhennetz Verformungen, die durch rezente Höhenänderungen der Erdkruste bedingt sind. Um die während der Meßdauer des Netzes (19 Jahre für die österreichischen und bayerischen, und 35 Jahre mit den schweizerischen und italienischen Messungen) eingetretenen Höhenänderungen berücksichtigen zu können, ist ein dynamisches Modell erforderlich (und natürlich 2 oder mehrere Messungen des Nivellementnetzes). Durch Erweiterung der Gleichung (6) ergibt sich:

$$v_{ij, n} = C_{i, o} - C_{i, o} + t_n s_j - t_n s_i - \Delta c_{ij, n} \tag{9}$$

$T_o$  ist der Zeitpunkt, auf den das Netz reduziert wird,

$T_n$  der Zeitpunkt der Messung von  $i$  nach  $j$ ,

$s_i, s_j$  die unbekanntes Vertikalgeschwindigkeiten der Knotenpunkte.

Dieses Modell erlaubt die Verarbeitung beliebig vieler Meßepochen und liefert ausgeglichene Vertikalgeschwindigkeiten  $\bar{s}_i$  für die Knotenpunkte, sowie auf die Epoche  $T_o$  bezogene, ausgeglichene gepot. Koten  $\bar{C}_{i, o}$ . Da jedoch nur 2 Meßepochen zur Verfügung standen und um den Aufwand der Berechnung der  $\Delta c_{ij}$  für beide Epochen zu vermeiden, wurde die Bestimmung der  $s_i$  von der Ausgleichung der  $\Delta c_{ij}$  getrennt. Für die Ermittlung der  $s_i$  wurden die Messungen aus 1948–1962 und aus 1966–1985 nach dem Modell Nr. 2 von Holdahl (1975) ausgewertet, wobei sich folgende Verbesserungsgleichung ergibt:

$$v_{ij} = s_j - s_i - \Delta s_{ij} \tag{10}$$

$$s_{ij} = \frac{1}{\Delta t} (\Delta h_{ij, 2} - \Delta h_{ij, 1}) \tag{11}$$

Dabei bedeutet  $\Delta s_{ij}$  die Differenz der Knotenpunktsgeschwindigkeiten von  $i$  und  $j$  (mm/Jahr),  $h_{ij1}, h_{ij2}$  die gemessenen Höhenunterschiede zwischen  $i$  und  $j$  in den Epochen 1 und 2 und  $\Delta t$  die Zeitdifferenz zwischen den Messungen. Die  $s_i$  bilden ein Netz, welches genau wie ein Höhennetz ausgeglichen wird. Die Berücksichtigung im Modell (6) erfolgt jetzt dadurch, daß die zum Zeitpunkt  $T_n$  beobachteten Höhenunterschiede  $\Delta h_{ij}^n$  mit den  $\Delta \bar{s}_{ij}$  auf eine gemeinsame Epoche  $T_o$  reduziert werden:

$$\Delta h_{ij}^o = \Delta h_{ij}^n + \Delta \bar{s}_{ij} (T_o - T_n) \tag{12}$$

Die Ergebnisse der Berechnung der  $\bar{s}_i$  (Höggerl, 1986) zeigen für den Alpenbereich Hebungen von (1 . . . 2) ( $\pm 0,58$ ) mm/Jahr in bezug auf Fixpunkte in der Böhmischen Masse bei Freistadt/OÖ. Sie zeigen damit eine gute Übereinstimmung mit den von Gubler (1980) für das Schweizer Netz berechneten Vertikalgeschwindigkeiten.

5.2. Stochastisches Modell

Für die Ausgleichung der Beobachtungen nach Formel (6) ergibt sich folgendes stochastisches Modell:

$$K_{LL} = \sigma_o^2 Q_{LL} = \sigma_o^2 P^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2, r_{12} \sigma_1 \sigma_2, \dots, r_{1n} \sigma_1 \sigma_n \\ r_{21} \sigma_2 \sigma_1, \sigma_2^2, \dots, r_{2n} \sigma_2 \sigma_n \\ \dots, \dots, \dots, \dots, \dots \\ r_{n1} \sigma_n \sigma_1, r_{n2} \sigma_n \sigma_2, \dots, \sigma_n^2 \end{bmatrix} \tag{13}$$

mit  $K_{LL}$  der Varianz-Kovarianz-Matrix (VKM) der Beobachtungen,  $Q_{LL}$  der Kofaktormatrix,  $\sigma_o$  der Standardabweichung der Gewichtseinheit,  $\sigma_i$  der Standardabweichung der Beobach-

tung  $i$  und  $r_{ij}$  dem Korrelationskoeffizienten zwischen den Beobachtungen  $i$  und  $j$ . Es gilt

$$\mathbf{Q}_{LL} = \mathbf{P}^{-1}, \quad (14)$$

wobei  $\mathbf{P}$  die Gewichtsmatrix ist. Besteht zwischen den Beobachtungen keine Korrelation, dann sind alle  $r_{ij} = 0$  und die VKM  $\mathbf{K}_{LL}$  geht in eine Diagonalmatrix mit den Elementen  $\sigma_i^2$  über.

Die bisher üblichen stochastischen Modelle gehen von nichtkorrelierten Beobachtungen mit dem Gewichtsansatz  $P_i = 1/L_i$  aus. Da jedoch die Hin- und Rückmessungen oft unter ähnlichen äußeren Bedingungen durchgeführt werden, bestehen starke Paarkorrelationen für diese Messungen. Zusätzlich sind auch die äußeren Bedingungen für benachbarte Strecken sehr ähnlich (z. B. Topographie, Wetter), sodaß auch Nachbarschaftskorrelationen auftreten. Die Korrelationskoeffizienten  $r_{ij}$  der VKM  $\mathbf{K}_{LL}$  können entweder empirisch oder nach dem von Pelzer (1980) eingeführten Elementarfehlermodell entwickelt werden. Es ist jedoch zu beachten, daß einseitige (systematische) Fehlereinflüsse, die ihrer Größe und Funktion nach bekannt sind, bereits im funktionalen Modell berücksichtigt werden müssen. Nur einseitige, nicht exakt bestimmbarere Einflüsse können als genauigkeitsmindernde Faktoren im stochastischen Modell berücksichtigt werden (z. B. Differentialrefraktion, Neigungsfehler der Ziellinie, periodische Änderung der Knotenpunkthöhen, ...). Ein Modell der Korrelationen im Nivellement wurde erstmals von Lucht (1971) entwickelt, ein weiteres Modell, welches sich nur auf den Refraktionseinfluß beschränkt, von Fawaz (1981).

### 5.2.1 Korrelierte Beobachtungen

Lucht hat für seine Arbeiten umfangreiche Testmessungen in lokalen und regionalen Netzen durchgeführt und auch Daten des niederländischen und niedersächsischen Landesnetzes bearbeitet. Für die Berechnung von Korrelationen wurden Refraktionsfehler und Einsinkeffekte verwendet, wobei sich seine Untersuchungen auf die Korrelation der Beobachtungen innerhalb einer Linie beschränkten. Folgende Korrelationskoeffizienten ergaben sich für die untersuchten Netze:

$$\left. \begin{array}{l} r_A = (0,5 \dots 0,7) \text{ für Standdifferenzen} \\ r_B = (-0,3 \dots 0,0) \text{ für Streckendifferenzen} \\ r_C = (0,0 \dots 0,2) \text{ für benachbarte Streckendiff.} \\ r_D = (0,0 \dots 0,4) \text{ für benachbarte Beobachtungen} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Paarkorrelation} \\ \text{Nachbarschaftskorrelation} \end{array}$$

Unter Verwendung von  $r_A$  und  $r_B$  nehmen die aus Stand- und Streckendifferenzen berechneten mittleren Kilometerfehler für das ÖHN ähnliche Werte an:

$$m_{Std}^u = \sqrt{\frac{1}{4n} \left[ \frac{DD}{L} \right]} = \pm 0,20 \text{ mm/km} \rightarrow m_{Std}^K = m_{Std}^u \sqrt{\frac{1+r_A}{1-r_A}} = \pm 0,40 \text{ mm/km}$$

$$m_{Std}^u = \sqrt{\frac{1}{4n} \left[ \frac{dd}{l} \right]} = \pm 0,35 \text{ mm/km} \rightarrow m_{Std}^K = m_{Std}^u \sqrt{\frac{1-r_B}{1+r_B}} = \pm 0,41 \text{ mm/km}$$

Wobei  $u$  der Index für unkorrelierte und  $K$  für korrelierte Beobachtungen ist.

Unter der Annahme, daß die Nachbarschaftskorrelationen für benachbarte Streckendifferenzen und benachbarte Höhenunterschiede gleich sind, läßt sich die Korrelation der Messungen durch einen veränderten Gewichtsansatz berücksichtigen:

$$P^1 = P_{ij}^K = \frac{C}{L_{ij} (1 + r (n_{ij} - 1))} \quad (15)$$

wobei  $L_{ij}$  die Länge zwischen den Punkten  $i$  und  $j$ ,  $n_{ij}$  die zugehörige Standanzahl und  $r$  der Korrelationskoeffizient ist. Durch Verwendung dieses Gewichtsansatzes können die Beobachtungen wie unkorrelierte Beobachtungen ausgeglichen werden. Für die Ausgleichung des ÖHN wurden folgende Werte verwendet:

$$C = 20\,000 \text{ (entspricht 20 Aufstellungen/km)}$$

$$r = 0,1 \text{ (Mittelwert aus den Untersuchungen von Lucht)}$$

Problematisch bei dem Modell von Lucht ist die Ableitung von Korrelationen aus Streckendifferenzen, die zumeist Einsinkeffekte darstellen und sehr wenig über Korrelationen aussagen.

### 5.2.2 Unkorrelierte Beobachtungen

Bei Vernachlässigung der Korrelation zwischen den Beobachtungen ist die Gewichtsmatrix  $P$  eine Diagonalmatrix, deren Elemente  $P_{ij} = \sigma_o^2 / \sigma_i^2$  die Gewichte der einzelnen Beobachtungen darstellen. Da neben Störeinflüssen, die vom Meßweg abhängen (z. B. Neigungsfehler der Ziellinie, Kreuzungsfehler), zusätzlich auch Fehler, die vom beobachteten Höhenunterschied abhängen (z. B. Lattenmeterfehler, Refraktionsfehler) auftreten, werden mehrere Gewichtsansätze, die diese Fehler berücksichtigen, untersucht:

$$P^2 = P_{ij} = \frac{100}{L_{ij}} \tag{16}$$

$$P^3 = P_{ij} = \frac{100 \cdot s_o^2}{(s_o \sqrt{L_{ij}})^2 + (t \Delta H_{ij})^2} \tag{17}$$

$$P^4 = P_{ij} = \frac{100 \cdot s_o^2}{(s_o \sqrt{L_{ij}})^2 + (t \Delta H_{ij})^2 + K^2} \tag{18}$$

Dabei berücksichtigt Modell  $P^2$  nur längenabhängige Fehler, Modell  $P^3$  längen- und höhenunterschiedabhängige Fehler und Modell  $P^4$  hat mit dem Faktor  $K$  zusätzlich die Möglichkeit, periodische Veränderungen der Knotenpunkte (z. B. durch Grundwasserspiegelschwankungen hervorgerufen) in Rechnung zu stellen.

$L_{ij}$  (km) ist der Meßweg und  $\Delta H_{ij}$  der Höhenunterschied zwischen den Knoten  $i$  und  $j$ ,  $s_o$  die Standardabweichung für die Gewichtseinheit,  $t$  die Maßstabsunsicherheit (Komparierungs-, Temperaturfehler) und  $K$  ein konstanter Faktor, der die Unsicherheit der Knotenpunktshöhen und Aufstellfehler beinhaltet. Mit den folgenden Werten wurde der zentrale Teil des österreichischen Höhennetzes einer Ausgleichung unterzogen:

$$\begin{aligned} s_o &= \pm 0,9 \text{ mm/km (aus einer Vorausgleichung ermittelt)} \\ t &= \pm 0,01 \text{ mm/m} \\ K &= \pm 1,0 \text{ mm} \end{aligned}$$

### 5.2.3 Ergebnisse der Gewichtsoptimierung

Die Berechnungen für die Gewichtsuntersuchungen wurden mit den Gewichten  $P^1 - P^4$  nur für den zentralen Teil des ÖHN mit den  $\Delta c$  nach (6) durchgeführt, da die notwendigen Daten nur für diesen Teil vorhanden waren. Das ÖHN wurde als freies Netz ausgeglichen, wobei die Wahl des Datumpunktes belanglos ist, da die Analyse der Ergebnisse sich auf die Verbesserungen  $v_i$  der Beobachtungen beschränkte. Die Beobachtungen und damit die Verbesserungen gehören zur Klasse der invarianten Größen, was bedeutet, daß sie bei Datums- transformationen ihren Wert nicht ändern.

Der Tabelle 5 können die Veränderungen in den Gewichten durch Verwendung der Modelle 1–4 entnommen werden.

Es fällt auf, daß das Modell  $P^1$  den kurzen Strecken ein sehr hohes Gewicht zuordnet im Vergleich zu den langen Strecken. Den geringsten Wert  $P_{max}/P_{min}$  weist Modell  $P^4$  auf, bedingt ist das durch die Einführung des Faktors  $K$ . Die Berechnung der Standardabweichung für die Gewichtseinheit nach:

$$s_o = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{p} \mathbf{v}}{f}} \tag{19}$$

liefert mit Ausnahme von Modell  $P^3$  fast idente Werte. Die Unterschiede sind so gering, daß daraus keine Rückschlüsse auf die Qualität der Gewichtsansätze gezogen werden können.

Länge (km)	100	100	20	20	P <sub>min</sub>	P <sub>max</sub>	P <sub>max</sub> /P <sub>min</sub>	s <sub>0</sub>
Δh (m)	0	300	0	100				
Standanzahl	2000	2000	400	400				
p <sup>1</sup>	0,99	0,99	4,87	4,87	0,74	8547	11550	0,65
p <sup>2</sup>	1,00	1,00	5,00	5,00	0,63	77	122	0,61
p <sup>3</sup>	1,00	0,90	5,00	4,71	0,77	97	126	0,91
p <sup>4</sup>	0,99	0,89	4,71	4,45	0,77	49	64	0,62

Tab. 5: Gewichte P und Standardabweichung der Gewichtseinheit s<sub>0</sub> (mm/km) für die Modelle 1–4. Um jedoch weitere Aussagen über die Modelle P<sup>1</sup>–P<sup>4</sup> zu erhalten, wurden die Verbesserungen v<sub>i</sub> einem Anpassungstest unterzogen. Der Pearsonsche Anpassungstest vergleicht mit Hilfe der Chi-Quadrat-Verteilung die empirische Häufigkeit mit der theoretischen Häufigkeit aus der Normalverteilung (Wolf, 1979). Die Verbesserungen v<sub>i</sub> sind vor der Verwendung im Pearsonschen Test zu standardisieren, was mit der Näherungsformel nach Schive durchgeführt wurde:

$$\bar{v} = v_i/s_{v_i} \tag{20}$$

$$s_{v_i} = s_0 \sqrt{\frac{f}{P_i \cdot n}} \rightarrow \bar{v}_i = \frac{v_i}{s_0} \sqrt{\frac{P_i \cdot n}{f}} \tag{21}$$

wobei  $\bar{v}_i$  die standardisierten Verbesserungen sind, f ist die Anzahl der Freiheitsgrade und n die Anzahl der Beobachtungen in der Ausgleichung. Anschließend kann durch Vergleich der absoluten Häufigkeit n<sub>i</sub> mit der theoretischen Häufigkeit  $\bar{n}_i$  für jede Klasse die Prüfgröße

$$\chi_0^2 = \left[ \frac{(n_i - \bar{n}_i)^2}{n_i} \right] \tag{22}$$

berechnet werden. Durch Vergleich mit dem Fraktilwert  $\chi_{(S, \bar{i})}^2$  (Kreyszig, 1975) wird festgestellt, ob die angenommene Nullhypothese der Normalverteilung erfüllt wird. Für

$$\chi_{(S, \bar{i})}^2 > \chi_0^2 \tag{23}$$

mit S = 1-α als statistische Sicherheit und  $\bar{i} = K-3$  (da es sich um abhängige Größen aus einer Ausgleichung handelt), wird die Nullhypothese angenommen (K = Klassenanzahl).

Modell	k	$\bar{i}$	$\chi_0^2$	$\chi^2$ (95%)	$\chi^2$ (99%)	a
p <sup>1</sup>	8	5	3,36	11,07	15,09	0,30
p <sup>2</sup>	10	7	8,01	14,07	18,48	0,57
p <sup>3</sup>	9	6	3,62	12,59	16,81	0,29
p <sup>4</sup>	9	6	2,99	12,59	16,81	0,24

Tab. 6: Charakteristische Daten für den Pearson-Test der Verbesserungen  $\bar{v}_i$ , a =  $\chi_0^2/\chi_{(95\%, \bar{i})}^2$ .

Für alle Modelle P<sup>1</sup>–P<sup>4</sup> ist die in (23) aufgestellte Forderung erfüllt, d. h. es liegt eine Normalverteilung der  $\bar{v}_i$  vor. In Tabelle 6 sind die einzelnen Werte für diesen Test zusammengestellt, wobei noch das Verhältnis  $\chi_0^2/\chi_{(95\%, \bar{i})}^2 = a$  angeführt ist, welches angibt, wie gut die Normalverteilung erreicht wird (Abb. 4). Ist dieser Quotient 0, so ist die theoretische Normalverteilung erreicht. Es zeigt sich, daß hier das Modell P<sup>2</sup>, welches das kleinste s<sub>0</sub> (Tabelle 5) ergab, die schlechteste Verteilung in diesem Test aufweist. Für die Modelle P<sup>1</sup>, P<sup>3</sup>, P<sup>4</sup> liegen die Werte für  $\chi_0^2/\chi_{(95\%, \bar{i})}^2$  sehr nahe beisammen. Unter Berücksichtigung der Werte s<sub>0</sub> und a zeigt das Modell P<sup>4</sup> die besten Werte und Modell P<sup>1</sup> nur unwesentlich schlechtere.

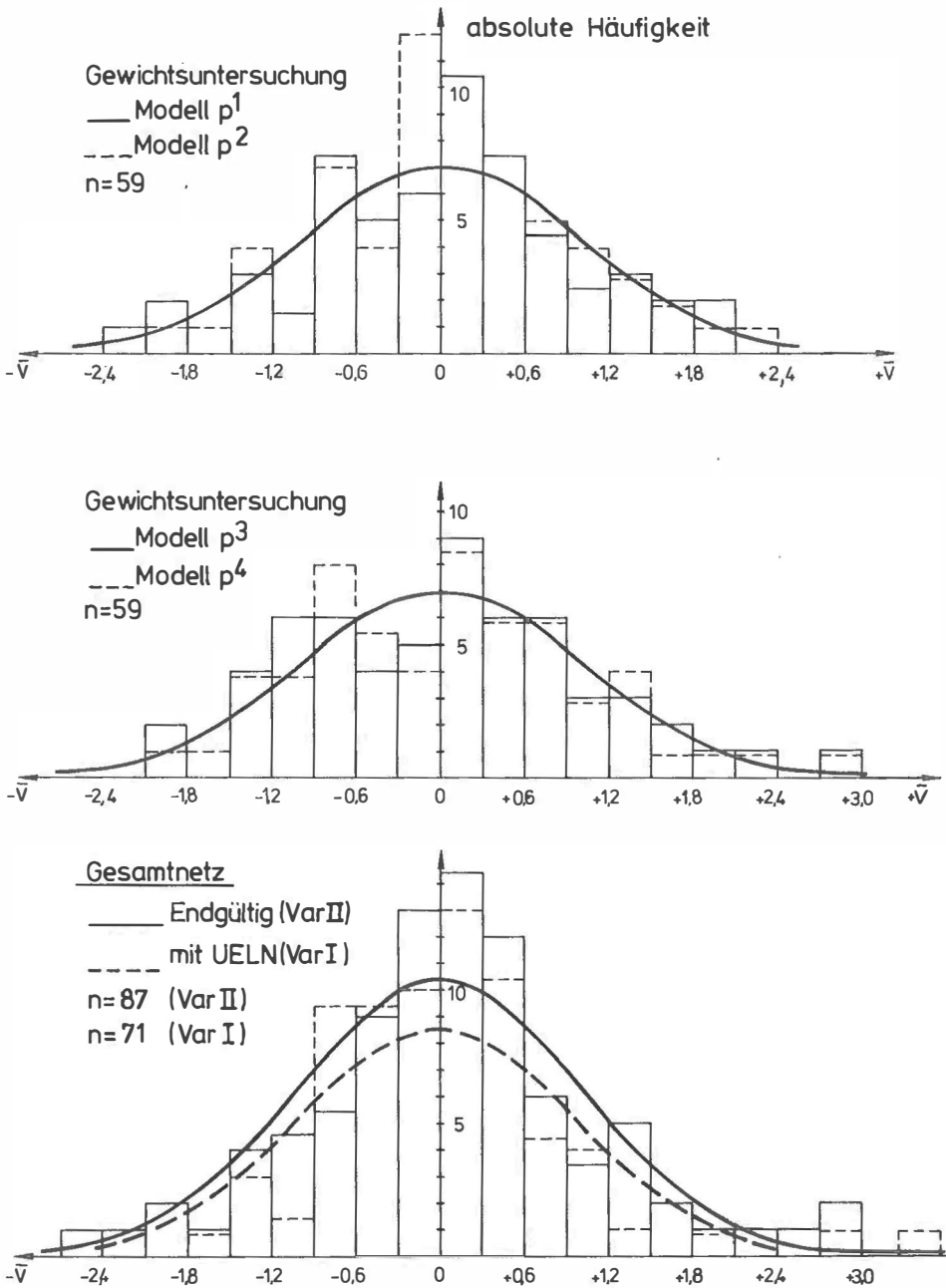


Abb. 4: Häufigkeitsverteilung der Verbesserungen für die Gewichtsuntersuchungen und die endgültige Variante.

Modell P<sup>1</sup> wird jedoch nicht für die Gewichtsrechnung des Gesamtnetzes verwendet, da die Standardzahl  $n$  für die ausländischen Linien nicht bekannt ist, weiters der Korrelationskoeffizient  $r$  nur genähert bekannt ist und die Art der Berechnung von  $r$  nicht befriedigen kann. Für die Berechnung des Gesamtnetzes wird daher mit dem Gewichtsansatz nach Modell P<sup>4</sup> gerechnet.

Die Auswirkung der unterschiedlichen Gewichtsansätze auf die Unbekannte  $C_i$  sind in Abbildung 5 dargestellt, wobei die Ergebnisse  $C_i$  der Modelle P<sup>1</sup>, P<sup>3</sup>, P<sup>4</sup> mit dem Modell P<sup>2</sup> (Standardgewichtsansatz) verglichen wurden. Erfreulicherweise sind die Abweichungen nicht sehr groß und erreichen nur Werte zwischen  $-1$  und  $+6$  mm, d. h. daß die Ausgleiche nicht sehr empfindlich auf Gewichtsänderungen reagiert.

### 5.3. Datumsfestlegung

Der vermittelnde Ausgleich der  $\Delta$ -Werte ohne Anschluß an einen oder mehrere Fixpunkte führt zu einer singulären Matrix der Normalgleichung  $N$ , d. h. es existiert keine eindeutige Lösung. Durch Einführung einer Bedingungsgleichung wird der Rangdefekt beseitigt (Reißmann, 1976). Im Zusammenhang mit (5) ergeben sich die Gleichungen:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{l} \quad (5)$$

$$\mathbf{o} = \mathbf{B}' \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{w} \quad (24)$$

die gemeinsam in einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen mit Bedingungen aufgelöst werden:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}' & \mathbf{P}\mathbf{A} & \mathbf{B} \\ & & \mathbf{o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{K} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}' & \mathbf{P} & \mathbf{l} \\ - & \mathbf{w} & \end{bmatrix} = \mathbf{o} \quad (25)$$

wobei  $\mathbf{K}$  der Korrelatenvektor und  $\mathbf{B}$  die Koeffizientenmatrix der Bedingungsgleichungen mit dem Vektor  $\mathbf{w}$  der Absolutglieder ist. Als Bedingung zwischen den Unbekannten  $C_i$  wird eingeführt:

$$\bar{C}_1 + \bar{C}_2 + \dots + \bar{C}_i - \text{const.} = \mathbf{o} \quad (26)$$

Dadurch wird erreicht, daß die Werte  $\bar{C}_i$  des ausgeglichenen Netzes sich auf eine Mittelgröße aller berechneten  $\bar{C}_i$  beziehen. Die freie Ausgleichung eines Netzes ermöglicht es, statistische Tests der Ergebnisse ohne den Einfluß von Zwängen durchzuführen. Anschließend ist es möglich, die Werte  $\bar{C}_i$  auf einen gegebenen Punkt zu beziehen oder auf mehrere gegebene Punkte anzufeldern:

$$C_i^N = \bar{C}_i + \Delta \quad (27)$$

$$\Delta = \frac{\mathbf{e}^T \cdot (\mathbf{c}^A - \bar{\mathbf{c}})}{n} \quad (28)$$

mit  $\mathbf{c}^A$  dem Vektor der geopotentiellen Knoten der gegebenen Punkte,  $C_i^N$  den angefelderten  $\bar{C}_i$ -Werten und  $\Delta$  dem Verschiebungsbetrag.

Im speziellen Fall des ÖHN wurden die Verbindungspunkte des United European Levelling Net 73 (UELN 73) zwischen Österreich einerseits und der Bundesrepublik Deutschland und der Schweiz andererseits zur Festlegung des Horizontes für das frei ausgeglichene ÖHN verwendet (UELN Status 1986). Die 4 italienischen Verbindungspunkte wurden nicht berücksichtigt, da in der Linie Carnia – Dobbiaco im UELN eine Fehlermeldung enthalten ist. Die in Österreich gelegenen Knotenpunkte des UELN wurden nicht zur Anfelderung verwendet, da durch die geringere Anzahl von Schleifen auch eine geringere Genauigkeit dieser Knoten im UELN im Vergleich zum ÖHN zu erwarten ist. Da sich alle geopotentiellen Knoten des UELN auf den Amsterdamer Pegel (NAP) beziehen, ist dieser Pegel der Bezugspunkt für alle weiteren von den geopotentiellen Knoten abgeleiteten Höhensysteme.



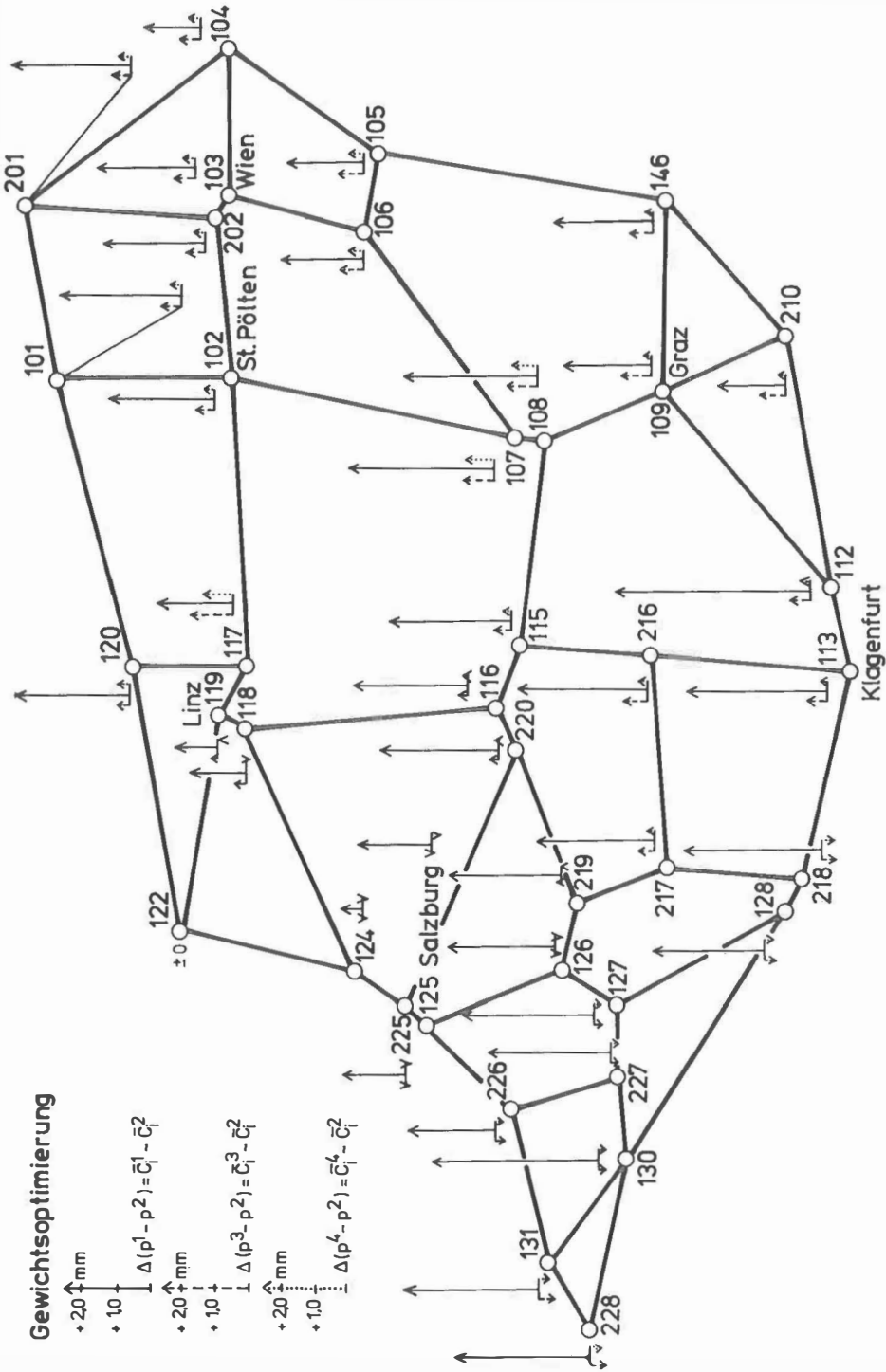


Abb. 5: Differenzen der ausgeglichenen  $\bar{c}$ -Werte, bedingt durch unterschiedliche Gewichtsansätze.

### 5.4. Netzdesign

Aufgrund der Form des österreichischen Staatsgebietes ist die Bildung eines übergeordneten Höhennetzes im westlichen Teil Österreichs mit österreichischen Schleifen nicht möglich. Es wurden daher 2 verschiedene Varianten untersucht, um diese Schwierigkeiten zu beheben oder wenigstens zu vermindern. Auf der einen Seite bietet sich das UELN 73, an dem Österreich mit 2130 km Nivellementlinien beteiligt ist, für eine Verstärkung des westlichen Netzteilens an. Andererseits könnten auch Linien der angrenzenden Staaten, die eine größere Dichte als das UELN aufweisen, zur Bildung von Schleifen verwendet werden.

Als erstes wurde eine Variante (I) untersucht, die sich auf die Grenzknoten des UELN 73 (Ehrnsperger, 1986) : A-D-2, A-D-3, A-D-4, A-D-5, A-D-6 (Österreich-Deutschland) und A-CH-1, A-CH-2, A-CH-3 (Österreich-Schweiz) stützte und sie als Zwangspunkte in die Ausgleichung einführte. Die italienischen Grenzknoten wurden wegen eines Fehlers (siehe 5.3) nicht verwendet. Den Vorteil einer guten Einbindung des westlichen Netzteilens standen schon vor der Kenntnis von Berechnungsergebnissen folgende Nachteile gegenüber:

- Zeitliche Inhomogenität der Beobachtungen des UELN, da keine Reduktion der Daten auf eine Epoche möglich,
- Randlage von Österreich im UELN, dadurch größere Fehler der Grenzknoten,
- Varianz-Kovarianz-Matrix der Nahtpunkte ist nicht bekannt, dadurch ist eine Berücksichtigung der Korrelation nicht möglich,
- vorhandene Zwänge werden in das ÖHN eingeführt.

Bei der Variante II wurden durch Einbeziehung von 13 Linien in der BR Deutschland, 3 in der Schweiz und 3 in Italien zusätzlich 10 Schleifen im Westteil des Netzes geschlossen. Da die italienischen Linien bereits 1950–1954 gemessen wurden und nach den Angaben des UELN eine geringere Genauigkeit als die übrigen Linien des Netzes aufweisen, wurde noch mit Hilfe einer inneren Zuverlässigkeitsprüfung untersucht, ob eine Verbesserung durch Verwendung dieser Linien eintritt. Die Steigerung der Redundanzanteile  $r_i$  für die Beobachtungen liegt zwischen 10% und 54% für die westlichsten Teile des Netzes (siehe 6.3). Aus diesem Grund wurden auch die 3 italienischen Linien in die endgültige Ausgleichung miteinbezogen.

### 5.5. Verwendete Daten

Für die österreichischen Linien wurden die unter den Punkten 2. bis 4. sowie 5.1.4 besprochenen Beobachtungen und berechneten Vertikalgeschwindigkeiten der Knotenpunkte verwendet. Für die deutschen und Schweizer Linien standen  $\Delta c$ -Werte zur Verfügung, wobei die Schweizer Daten auch Angaben über die Vertikalgeschwindigkeiten der Knotenpunkte enthalten. Die Vertikalgeschwindigkeiten für die deutschen Knoten konnten aus 2 Epochen von Nivellementmessungen gemeinsam mit den österreichischen Werten berechnet werden.

Für die italienischen Linien standen nur  $\Delta c$ -Werte zur Verfügung, jedoch keine Vertikalgeschwindigkeiten. Es wurden daher für die beteiligten italienischen Linien die Differenz in den Vertikalgeschwindigkeiten zwischen den benachbarten Knoten  $\Delta v = 0$  angesetzt, d. h. die  $\Delta c$ -Werte wurden ohne Reduktion in der Ausgleichung verwendet.

Die Gewichte für die Beobachtungen wurden in Anlehnung an die UELN-Werte folgendermaßen festgesetzt:

$$P_{\text{Ost.}} = P_{\text{BRD}} = P_{\text{CH}} = 3/2 P_{\text{Ita.}}$$

## 6. Ergebnisse

Die Berechnung der Variante I (nur österreichische Linien mit den Grenzknoten des UELN als Zwangspunkte) erfolgte mit dem funktionalen Modell (5) und der Variante II (mit ausländischen Linien als freies Netz) nach (25). Dabei wurden die nach (12) wegen vertikaler

Bewegung der Knoten reduzierten  $\Delta c^\circ$ -Werte verwendet. Die Reduktion erfolgte auf die Epoche 1975. Die Umrechnung auf die aktuelle Epoche 1986 mußte unterbleiben, da es sich dabei um eine Extrapolation der Vertikalgeschwindigkeiten gehandelt hätte, die derzeit aufgrund der verwendeten Daten noch zu unsicher ist. Für die Festlegung der Gewichte wurde das Modell  $P^4$  (18) verwendet. Zur Beurteilung der Qualität beider Netze sind Ausreißer- und Normalverteilungstests sowie Zuverlässigkeits- und Genauigkeitsuntersuchungen durchgeführt worden (Pelzer, 1985).

6.1. Ausreißertest nach Pope

Für die Anwendung des Ausreißertests nach Pope sind die standardisierten Verbesserungen  $\bar{v}_i$  zu verwenden, die nach (20, 21) berechnet wurden. Da  $s_0$  in (21) aus der gleichen Ausgleichung stammt wie die  $v_i$ , ist für diesen Test die  $\tau$ -Verteilung zu verwenden. In diesem Test wird überprüft, ob ein  $\bar{v}_i$  einen aus der  $\tau$ -Verteilung stammenden Fraktilwert  $\tau_{(f, s)}$  übersteigt. Wenn

$$\tau_{(f, s)} < \bar{v}_i \tag{29}$$

dann wird angenommen, daß es sich um einen Ausreißer handelt, wobei S das Risiko angibt, daß ein richtiger Wert als falsch angezeigt wird. Die Werte  $\tau_{(f, s)}$  wurden den Tabellen von Pope (1976) entnommen, wobei f die Anzahl der Freiheitsgrade in der Ausgleichung darstellt. Für die beiden Ausgleichungsvarianten wurden die drei größten  $v_i$  in der Tabelle 7 dem entsprechenden Fraktilwert gegenübergestellt.

	$\tau_{0,10}$	$\tau_{0,05}$	$\tau_{0,01}$	Knotenpunkte von – nach		
				$\bar{v}_i$	$\bar{v}_i$	$\bar{v}_i$
Var. I f = 28	2,97	3,13	3,43	141–140 + 4,32	140–138 + 3,51	138–520 + 2,81
Var. II f = 31	3,04	3,19	3,49	140–138 + 3,00	122–120 + 2,65	129–518 – 2,49

Tab. 7: Charakteristische Daten des Pope-Tests.

Bei der Variante I sind für zwei Linien die zugehörigen  $\bar{v}_i > \tau_{0,01}$ , d. h. daß diese Werte als Ausreißer zu werten sind. Hingegen sind bei Variante II alle  $\bar{v}_i < \tau_{0,1}$ , d. h. selbst die größere Schranke mit 10% Unsicherheit wird nicht erreicht. Weiters fällt noch auf, daß die größten Verbesserungen bei Variante I alle im westlichsten Teil des Netzes liegen, bei Variante II jedoch im gesamten Netz verteilt sind. Das bedeutet, daß die Zwänge der Anschlußpunkte bei Variante I sich negativ auf die Ergebnisse dieser Ausgleichung auswirken. Die Strecke 140–138 (Feldkirch-Landeck) scheint in beiden Berechnungen mit einem großen  $\bar{v}_i$  auf und sollte noch näher untersucht werden.

6.2. Anpassungstest nach Pearson

Auf der Grundlage des in 5.2.3 beschriebenen Pearsonschen Anpassungstests wurden die standardisierten Verbesserungen  $\bar{v}_i$  auf Normalverteilung untersucht. Dabei ergeben sich für die Variante I die folgenden Fraktilwerte (wieder entnommen Kreyszig, 1975):

$$\begin{aligned} \chi^2_{(95,5)} &= 11,07, \\ \chi^2_{(99,5)} &= 15,09 \text{ und} \\ \chi^2_0 &= 11,67 \end{aligned}$$

und für die Variante II:

$$\begin{aligned} \chi^2_{(95,5)} &= 14,07 \\ \chi^2_{(99,5)} &= 18,48 \text{ und} \\ \chi^1_0 &= 5,23 \end{aligned}$$

Damit zeigt sich, daß die Variante I den Fraktilwert mit 95% überschreitet und nur den mit 99% berechneten unterschreitet. Bei Variante II hingegen liegt der zugehörige  $\chi^2_0$ -Wert weit unter beiden Grenzwerten, was eine gute Normalverteilung der  $\bar{v}_i$  angibt. Die Histogramme der  $\bar{v}_i$  für beide Varianten zeigt Abbildung 4.

6.3. Zuverlässigkeitstests

Bei der Überprüfung eines Netzes auf Zuverlässigkeit handelt es sich um Kriterien, die angeben, inwieweit Beobachtungen auf ihre Richtigkeit überprüfbar sind – oder auf das gesamte Netz übertragen, wie gut Modell und Praxis übereinstimmen. Dabei kommen wieder statistische Tests zur Anwendung, die von Baarda (1968) entwickelt wurden. Es wird unterschieden zwischen

- innerer Zuverlässigkeit und
- äußerer Zuverlässigkeit,

wobei die innere Zuverlässigkeit angibt, wie groß ein Fehler sein muß, damit er aufgedeckt wird. Die äußere Zuverlässigkeit zeigt dann an, wie groß die Auswirkungen eines nicht aufgedeckten Fehlers auf das gesamte Netz sind. Für die Berechnung der inneren und äußeren Zuverlässigkeit ist es notwendig, die Redundanzanteile  $r_i$  der einzelnen Beobachtungen zu berechnen:

$$r_i = (\mathbf{Q}_{vv}\mathbf{P})_{ii} = \text{diag} (I - \mathbf{P}_{ii} (\mathbf{A}_i \mathbf{Q} \mathbf{A}_i^T)) \tag{30}$$

$$r = \sum r_i = n - u = \text{sp} (\mathbf{Q}_{vv}\mathbf{P}) \tag{31}$$

Die Redundanzanteile  $r_i$  geben an, wieviele Prozente eines möglichen Fehlers in der zugehörigen Verbesserung aufscheinen. In Tabelle 9 sind für 30 von den 87 Beobachtungen die zugehörigen  $r_i$  angeführt (bezogen auf Variante II). Bei der Analyse der  $r_i$  Werte ist ersichtlich, daß die Beobachtungen mit geringem Gewicht höhere  $r_i$  besitzen als jene mit großem Gewicht. Die für ein gut kontrolliertes Netz geforderten Redundanzanteile  $r_i > (0,3 \dots 0,5)$  werden zwar für Beobachtungen bis  $P = 1,5$  erreicht, für größere P-Werte sinken die  $r_i$  jedoch stark ab (bis 0,004). Es zeigt sich aber, daß für Beobachtungen mit gleichem P die Werte im zentralen Teil besser kontrolliert sind als im westlichen Netzteil oder am Netzrand (z. B.  $i = 2, 19, 47, 85$ ). Anhand der  $r_i$  wurde auch untersucht, ob die Verwendung der italienischen Linien eine Verbesserung im westlichen Netzteil bewirkt. Bei den in Tabelle 8 angeführten Redundanzanteilen  $r_i$  treten für diesen Netzbereich Steigerungen bis zu 54% in den  $r_i$  ein. Diese Verbesserung führte dazu, daß 3 italienische Linien in das Netz einbezogen wurden.

Linie Nr.	68	71	72	73	74	75	77	78	79
$r_i$ (mit)	,43	,28	,46	,29	,40	,42	,22	,46	,48
$r_i$ (ohne)	,42	,28	,43	,22	,36	,27	,18	,42	,47
Verbesserung	3%	3%	7%	35%	13%	54%	20%	9%	1%

Tab. 8: Vergleich der Redundanzanteile  $r_i$  für Linien im westlichen Netzteil mit und ohne Verwendung von italienischen Linien.

Zur Beurteilung der inneren Zuverlässigkeit werden die in einem Globaltest kleinsten aufdeckbaren Fehler

$$|\nabla_i| = s_0 \sqrt{\frac{\omega_0}{P_i r_i}} \tag{32}$$

für jede Beobachtung berechnet. Dabei handelt es sich bei  $\omega_0$  um den Nichtzentralitätsparameter, der aus einem Nomogramm (Pelzer, 1985, Seite 189) mit der Testgüte  $\gamma_0 = 80\%$  entnommen wurde ( $\omega_0 = 17,05$ ,  $s_0 = 0,76$  mm/km). Die Werte für  $|\nabla_i|$  sind gemeinsam mit

den Gewichten  $P_i$  und den Redundanzanteilen  $r_i$  in Tabelle 9 angeführt. Die Werte für die im Globaltest aufdeckbaren Fehler liegen zwischen 30 und 57 mm.

$l_i$	$P_i$	$r_i$	$\nabla_i$	$l_i$	$P_i$	$r_i$	$\nabla_i$	$l_i$	$P_i$	$r_i$	$\nabla_i$
2	2,03	,35	36,0	28	12,35	,05	37,5	59	3,65	,25	31,7
4	1,21	,48	39,9	31	2,02	,29	39,7	62	1,03	,57	39,7
6	3,46	,19	37,6	35	1,32	,44	39,9	65	1,11	,64	36,3
9	0,73	,58	46,8	38	6,76	,11	35,4	68	1,44	,43	38,9
12	1,50	,30	45,4	41	25,00	,04	30,2	71	3,01	,28	33,0
15	1,29	,46	39,6	44	1,09	,53	40,1	74	1,53	,40	38,8
17	20,41	,02	42,9	47	2,07	,25	42,4	78	2,16	,46	30,8
19	2,19	,34	35,6	50	1,41	,50	36,3	82	1,06	,47	43,3
22	3,39	,11	51,0	53	5,62	,19	29,5	85	1,94	,24	44,5
25	1,25	,37	44,7	56	2,30	,40	31,7	87	0,51	,57	56,6

Tab. 9: Kenngrößen für die innere Zuverlässigkeit

Die Auswirkungen von nicht aufgedeckten Fehlern auf die Unbekannten der Ausgleichung geben ein Maß für die äußere Zuverlässigkeit an.

$$\nabla_{xi} = \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{a}_i^T P_i \nabla_i \tag{33}$$

mit  $\mathbf{a}_i$  der  $i$ -ten Zeile der Konfigurationsmatrix  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{Q}_{xx}$  der Kofaktormatrix der Unbekannten und Nabra  $\nabla_i$  aus (32).

Dieser Formel liegt zugrunde, daß immer nur ein Fehler wirksam ist, wobei dieser Fehler Auswirkungen auf alle Unbekannten zeigt. Allerdings sind die Ergebnisse berechnet nach (33) datumsabhängig. Für 4 ausgewählte Strecken ( $l_4$ : 201-202,  $l_{35}$ : 216-217,  $l_{82}$ : 140-138,  $l_{87}$ : 129-518) wurden die Auswirkungen in Abbildung 6 dargestellt, wobei für die einzelnen Beobachtungen folgende mögliche Fehler aus dem Globaltest errechnet wurden:

$$\nabla_{l_4} = 39,9 \text{ mm}, \nabla_{l_{35}} = 39,9 \text{ mm}$$

$$\nabla_{l_{82}} = 43,3 \text{ mm}, \nabla_{l_{87}} = 56,5 \text{ mm}.$$

Die unentdeckten Fehler werden im ÖHN jedoch geringere Werte annehmen als durch den Globaltest angezeigt, da die Schleifenschlüsse, die zur Kontrolle der Beobachtungen gebildet wurden, maximal 34 mm erreichen.

Zusammenfassend ist zu den Zuverlässigkeitstests zu bemerken, daß die Zuverlässigkeitsmaße sehr stark von den Gewichten der Beobachtungen abhängen. Möglichst gleiche Gewichte sind daher Voraussetzung, um eine gute Zuverlässigkeit zu erhalten.

#### 6.4. Genauigkeitsuntersuchungen

Bei der Angabe von Genauigkeitsmaßen ist zwischen datumsunabhängigen und datumsabhängigen Maßzahlen zu unterscheiden. Zur ersten Gruppe gehören jene Werte, die sich auf Beobachtungsgrößen beziehen oder von entsprechend vergleichbaren Größen abgeleitet werden. Als erstes ist hier die Standardabweichung  $s_o$  für die Gewichtseinheit, wie sie in (19) angeführt ist:

$$s_o = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{p} \mathbf{v}}{f}} \tag{19}$$

zu erwähnen, und weiters die Standardabweichung  $s_{ij}$  beliebiger Kotenunterschiede  $\Delta c_{ij}$ :

$$s_{ij} = s_o \sqrt{(Q_{xx})_{ii} - 2(Q_{xx})_{ij} + (Q_{xx})_{jj}} \tag{34}$$

wobei die Kovarianzmatrix  $\mathbf{K}_{xx}$  der Unbekannten gegeben ist durch:

$$\mathbf{K}_{xx} = s_o^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{LL} \mathbf{A})^{-1} \tag{35}$$

mit  $s_0$  dem empirischen Wert der Standardabweichung für die Gewichtseinheit.

Zur zweiten Gruppe, also der datumsabhängigen Werte, gehören die Standardabweichungen  $s_{xi}$  der Schätzwerte  $\bar{C}_{xi}$  für die Unbekannten, die sich nach:

$$s_{xi} = s_0 \sqrt{(Q_{xx})_{ii}} \quad (36)$$

berechnen. Der mittlere Höhennetzfehler  $s_M$  ist dann gegeben durch:

$$s_M = \sqrt{\frac{1}{n} (s_{xi}^T s_{xi})} \quad (37)$$

mit  $n$  der Anzahl der Unbekannten. Es ist jedoch zu unterscheiden zwischen innerer und äußerer Genauigkeit der Punktfehler (Reißmann, 1985). Bei Variante I liefert (36) die äußere Standardabweichung der Knoten  $\bar{C}_i$  des Netzes und bei Variante II die innere Standardabweichung. Im angeschlossenen Netz (I) bezieht sich die Standardabweichung auf den Knotenunterschied zwischen dem Neupunkt und einem beliebigen Anschlußpunkt, und im freien Netz auf den Knotenunterschied zwischen dem Neupunkt und dem Mittel aller Neupunktknoten. Aus diesem Grund sind die beiden Werte nicht direkt vergleichbar.

Zur Charakterisierung der Genauigkeit der Beobachtungen ( $\Delta h$ ) und der berechneten Schätzwerte für die Unbekannten  $\bar{C}_i$  werden im folgenden Genauigkeitsmaße vor und nach der Ausgleichung gegenübergestellt.

Standardabweichung für die Gewichtseinheit:

$$m_{Std}^u = \pm 0,20 \text{ mm/km}, m_{Std}^k = \pm 0,40 \text{ mm/km} \text{ (aus Standdifferenzen siehe 5.2.1)}$$

$$m_{Std}^u = \pm 0,35 \text{ mm/km}, m_{Std}^k = \pm 0,41 \text{ mm/km} \text{ (aus Streckendifferenzen siehe 5.2.1)}$$

In Tabelle 10 sind die mittleren Standardabweichungen  $m_{SCHL}$  für die Gewichtseinheit, berechnet aus den Schleifenschlüssen, angeführt:

$$\bar{m}_{SCHL} = \frac{\sum m_{SCHL}}{n} \quad (38)$$

mit

$$m_{SCHL} = \frac{\delta c}{L}. \quad (39)$$

Dabei ist  $\delta c$  die Summe aller geopotentiellen Kotendifferenzen über eine Schleife und  $L$  die Länge der Schleife.

	Österreich Zentral		Österreich West		Gesamtnetz	
	unreduziert	reduziert	unreduziert	reduziert	unreduziert	reduziert
n	21	21	10	10	31	31
$\bar{m}_{SCHL}$ (mm/km)	0,41	0,39	1,00	0,91	0,61	0,56

Tab. 10: Mittlere Standardabweichung  $\bar{m}_{SCHL}$ , berechnet aus Schleifenschlüssen.

Bei den reduzierten Schleifenschlüssen wurden die wegen Höhenänderung der Knotenpunkte reduzierten  $\Delta c^\circ$  verwendet (analog (12)).

Demgegenüber stehen die aus der Ausgleichung erhaltenen Werte (mit der Umrechnung  $0,98 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \triangleq 1 \text{ mm}$ ):

$$s_o^I = \pm 0,94 \text{ mm/km} \text{ (angeschlossenes Netz)}$$

$$s_o^{II} = \pm 0,57 \text{ mm/km} \text{ (Österreich Zentral = ÖZ)}$$

$$s_o^0 = \pm 0,76 \text{ mm/km} \text{ (Gesamtnetz = GN)}.$$

In einer Analyse der Genauigkeitsmaße ist bereits bei den Werten, die vor der Ausgleichung berechnet wurden ( $m_{SCHL}$ ,  $\bar{m}_{SCHL}$ ) klar zu erkennen, daß jene Schleifen, die nur mit österreichischen Linien gebildet wurden (ÖZ), eine wesentlich bessere Genauigkeit aufweisen als jene, an denen auch ausländische Linien (GN) beteiligt sind. Als Ursache dafür können angeführt werden:

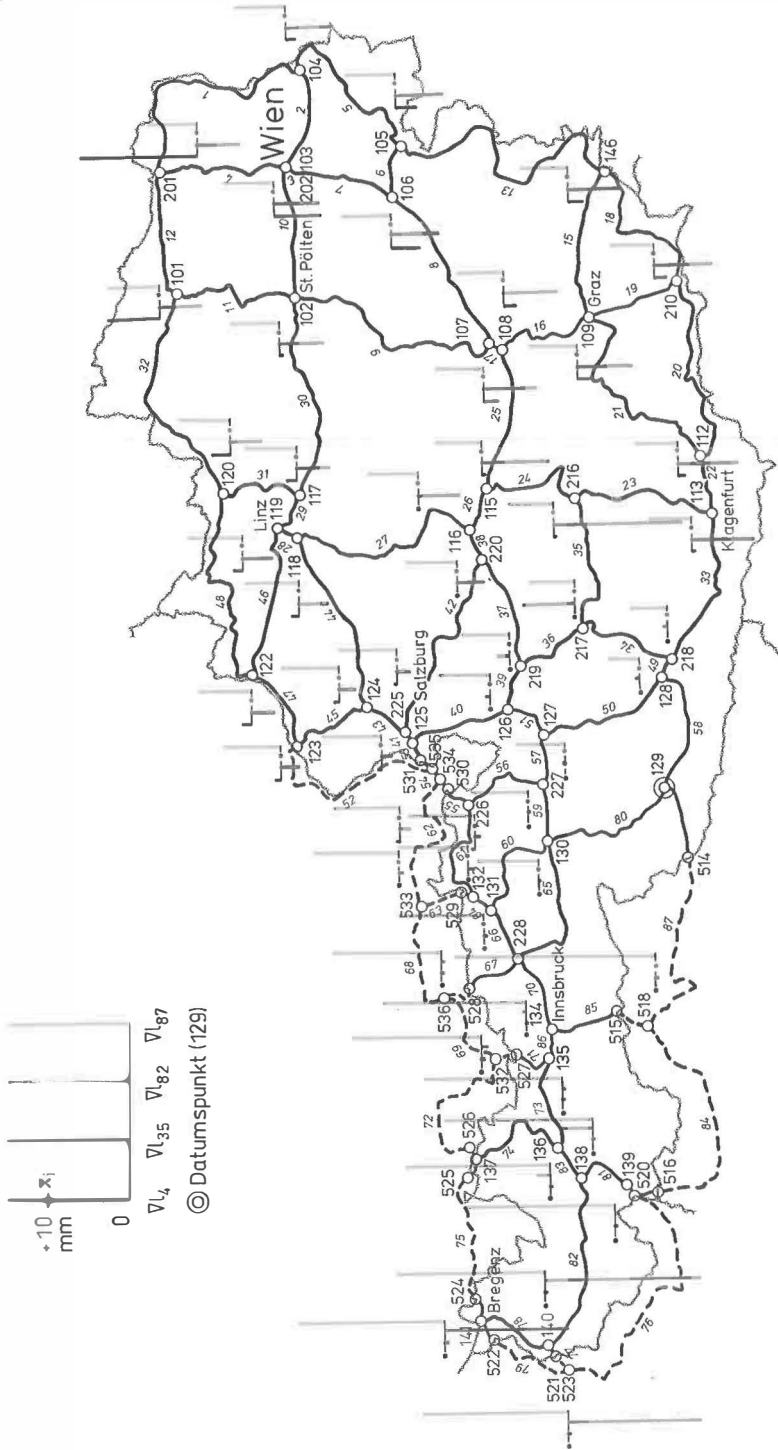


Abb. 6. Äußere Zuverlässigkeit: Auswirkung von Änderungen in den Beobachtungen auf die  $\bar{C}_i$ .

- Grenzknoten oft in großer Höhe (6 Knoten um 1000 m Meereshöhe), daher machen sich Maßstabs- und Refraktionsfehler bemerkbar,
- die  $\Delta c$ -Werte für die italienischen Linien konnten nicht wegen Änderung der Knotenpunkthöhen reduziert werden,
- Inhomogenität in bezug auf Meßmethoden und Ausrüstung.

Weiters zeigt sich, daß die Verwendung der reduzierten  $\Delta c^\circ$  nur eine geringe Verbesserung der  $\bar{m}_{\text{SCHL}}$  mit sich bringt, was sicher dadurch bedingt ist, daß die Signifikanz der Vertikalgeschwindigkeiten der Knotenpunkte noch nicht ausreichend ist.

Eine relativ gute Übereinstimmung ist auch zwischen den mittleren Standardabweichungen für das ÖZ vor und nach der Ausgleichung gegeben:

$$\bar{m}_{\text{SCHL}} = \pm 0,39 \text{ mm/km}$$

$$s_0^{\text{ÖZ}} = \pm 0,57 \text{ mm/km}$$

Die Standardabweichungen  $s_{xi}$  für die ausgeglichenen Unbekannten  $\bar{C}_i$ , berechnet nach (36), sind für einige gleichmäßig über das gesamte Netz verteilte Punkte in Tabelle 11 angeführt.

Punkt Nr.	101	104	108	112	116	124	128	130	135	140
$\pm s_{xi}^I$	8,7	9,6	7,9	8,5	6,1	4,0	6,6	5,7	3,6	1,7
$\pm s_{xi}^{II}$	6,1	6,4	4,9	5,4	4,2	4,2	4,3	4,1	5,3	7,9

Tab. 11: Standardabweichung  $s_{xi}$  ( $\Delta$  mm) für die geopotentiellen Knoten  $\bar{C}_i$ .

Es ist erkennbar, daß im angeschlossenen Netz die Fehler an den Rand gedrängt werden. Die bei den Anschlußpunkten gelegenen Neupunkte (z. B. 135, 140) weisen wesentlich kleinere  $s_{xi}^I$  auf als jene der Variante II. Das ist dadurch bedingt, daß die Anschlußpunkte ohne Berücksichtigung der VKM, also fehlerfrei, in die Ausgleichung eingeführt werden mußten.

Für die Variante I ergibt sich die nach (37) berechnete äußere mittlere Standardabweichung für die  $C^I$  mit

$$s_M^I = \pm 6,9 \text{ mm}$$

und für die Variante II die mittlere innere Standardabweichung

$$s_M^{II} = \pm 5,3 \text{ mm}$$

Für die Kotendifferenzen zwischen ausgewählten Punkten ergeben sich nach (34) folgende mittlere Standardabweichungen für die  $\bar{C}_i$  nach Variante I (II):

$$\text{Hainburg (104) – Mauterndorf (217): } s_{104, 217} = \pm 10,2 (\pm 8,3) \Delta \text{ mm}$$

$$\text{Hainburg (104) – Bregenz (141): } s_{104, 141} = \pm 9,6 (\pm 11,8) \Delta \text{ mm}$$

$$\text{Klagenfurt (113) – Freistadt (120): } s_{113, 120} = \pm 11,2 (\pm 7,6) \Delta \text{ mm}$$

### 6.5. Diskussion

Für die endgültige Festlegung der C-Werte der Knotenpunkte des ÖHN wurde Variante II gewählt: freies Netz mit ausländischen Linien im westlichen Netzteil, angefeldert auf die deutschen und Schweizer UELN-Grenzknoten.

Diese Variante zeigt bei allen durchgeführten Tests die besseren Ergebnisse gegenüber der Variante I (Zwangnetz ohne ausländische Linien). Im Pope-Test werden für Variante II keine Ausreißer angezeigt, jedoch 2 Ausreißer für Variante I. Der Pearsonsche Anpassungstest ist für Variante II gut erfüllt, nicht für Variante I (bei  $S = 95\%$ ).



Auch die Genauigkeitsmaße ergeben für Variante II bessere Werte:

$$s_o^{\text{II}} = \pm 0,76 \text{ mm/km}$$

$$s_o^{\text{I}} = \pm 0,94 \text{ mm/km.}$$

Nur für die Standardabweichungen  $s_{xi}$  gibt es bei Variante I scheinbar bessere Werte, da aufgrund der Zwangspunkte für die westlichen Knoten  $s_{xi}^{\text{I}} < s_{xi}^{\text{II}}$  ist. Könnte jedoch die VKM für die Anschlußpunkte berücksichtigt werden, würden auch die  $s_{xi}^{\text{I}}$  größere Werte bekommen. Da die VKM für die Anschlußpunkte jedoch nicht bekannt ist, werden die durch diese Vernachlässigung sich ergebenden Fehler über das gesamte Netz verteilt. Eine gleichmäßig über das gesamte Netz verteilte Genauigkeit, die ebenfalls ein Kriterium für ein gutes Netz darstellt, wird durch die Variante II ebenfalls besser erreicht als durch die Variante I:

$$\frac{s_{x \text{ max}}^{\text{II}}}{s_{x \text{ min}}^{\text{II}}} = 2,2 \quad \text{und} \quad \frac{s_{x \text{ max}}^{\text{I}}}{s_{x \text{ min}}^{\text{I}}} = 5,7$$

Die Zuverlässigkeitsprüfungen wurden nur mehr für Variante II durchgeführt. Die vorhandenen Gewichtsunterschiede (1 : 64) bewirken eine Verminderung der inneren Zuverlässigkeit, da ein Fehler in den Beobachtungen mit großem Gewicht sich in der Ausgleichung auf die benachbarten Beobachtungen verteilt. Dieser Fehler wirkt sich kaum in der fehlerhaften Beobachtung aus. Bei der Analyse der Ergebnisse der äußeren Zuverlässigkeitsuntersuchung (Abb. 6) zeigte sich, daß eventuell in den Beobachtungen vorhandene Fehler, die im östlichen oder zentralen Teil des Netzes liegen, nur in diesen Teilen selbst Auswirkung auf die Ergebnisse der Ausgleichung haben. Hingegen wirken sich Fehler, die im südlichen Bereich ( $I_{67}$ ) vorhanden sind, auf das gesamte Netz aus. Beobachtungsfehler im äußersten Westen oder Osten des Netzes wirken überhaupt nur lokal. Es sollte jedoch nicht vergessen werden, daß diese Ergebnisse vom gewählten Datumspunkt abhängen. Zusammenfassend kann gesagt werden, daß aufgrund der durchgeführten Untersuchungen mit einem maximalen Fehler im Knotenunterschied zwischen den östlichen und westlichen Knoten des Netzes von

$$s_{\text{max}}^{\text{II}} = \pm 12 (\Delta \text{ mm})$$

zu rechnen ist. Für Punkte außerhalb des Knotenbereiches, besonders in größerer Höhe, sind noch zusätzliche Fehlereinflüsse zu berücksichtigen, um Genauigkeitsangaben machen zu können.

Die Ergebnisse der Berechnung sind für die Netzknoten sowie für einige zusätzliche Punkte in Tabelle 12 zusammengefaßt. Der Inhalt bedeutet für Spalte:

- 1: Punktnummer im übergeordneten Netz
- 2: Punktnummer im Gebrauchsnetz
- 3: Nummer der zugehörigen Österreichischen Karte 1 : 50 000
- 4: Stabilisierungsart HB: Höhenbolzen  
PB: Pfeilerbolzen  
HM: Höhenmarke (= Lochmarke)  
UF: Unterirdische Festlegung
- 5: Lagebeschreibung, (v) – verloren
- 6: Geografische Breite (grafisch bestimmt)
- 7: Geografische Länge, bezogen auf Greenwich (grafisch bestimmt)
- 8: Oberflächenschwere – 980 000 mgal: i-interpoliert
- 9: Ausgeglichenen geopotentielle Kote  $\bar{C}$ , bezogen auf NAP
- 10:  $m_c$ -relative Standardabweichung für die Netzknoten
- 11: Orthometrische Höhe
- 12:  $d$  = gültige Gebrauchshöhe – orthometrische Höhe

## 7. Absolute Genauigkeit

Alle in den vorhergehenden Abschnitten gemachte Angaben über die Genauigkeit der geopotentiellen Knoten  $C$  beziehen sich nur auf das österreichische Netz und sind Relativgenauigkeiten. Die Angabe von absoluten Genauigkeitsmaßen setzt sich zusammen aus der zur Anfelderung an das UELN 73 verwendeten Grenzknoten, welche, nach (37) berechnet, ein

$$\bar{S}_{\text{UELN}}^A = \pm 18,9 (\Delta \text{ mm})$$

aufweisen. Dieses  $\bar{S}_{\text{UELN}}^A$  ist datumsabhängig und auf den Punkt 4019 des UELN bezogen. Der Punkt 4019 (Amsterdam) ist der zum Amsterdamer Pegel (NAP) nächstgelegene Knotenpunkt des UELN, damit ist  $\bar{S}_{\text{UELN}}^A$  ein repräsentativer Wert für die mittlere Standardabweichung der Grenzknoten. Eine exakte Berechnung der Standardabweichung für die Knoten des ÖHN in bezug auf 4019 ist nur mit Kenntnis der VKM  $K_{xx}$  für die Grenzknoten möglich. Eine Abschätzung mit

$$\bar{S}_{\text{ges}} = \sqrt{(\bar{S}_{\text{UELN}}^A)^2 + (\bar{S}_{\text{max}}^I)^2} = \pm 22,5 (\Delta \text{ mm}) \quad (40)$$

zeigt gute Übereinstimmung mit Werten für die inner-österreichischen UELN-Knoten.

Der zweite Teil der Genauigkeitsabschätzung betrifft die Frage, wie gut die geopotentielle Kote für den UELN-Datumspunkt 4019 in bezug auf das Geoid bekannt ist. Abgeleitet wird dieser Wert von den Pegelaufzeichnungen des Normal Amsterdamer Peil (NAP). Durch Berücksichtigung mehrerer Korrekturen ist es möglich, die Pegelungen auf den mittleren Meeresspiegel (MSL) zu reduzieren. Spätestens seit der SEASAT-1-Mission zur Bestimmung der mittleren Höhen der Meeresoberfläche ist bekannt, daß diese nicht ident mit einer Niveaufläche ist (Abweichungen  $\pm (1-2)$  m). Aus (Brennecke, 1982) kann entnommen werden, daß NAP ungefähr 0,5 m tiefer als die entsprechende Niveaufläche liegt. Andere Untersuchungen weisen wieder Differenzen von 0,2–0,3 m zwischen Niveaufläche und mittlerer Meeresoberfläche aus, wobei sich diese Werte auf Bereiche in der Nordsee beziehen (ca. bis 100 km vor der Küste Hollands).

## 8. Orthometrische Höhen

Die unter Punkt 6 erhaltenen geopotentiellen Knoten  $\bar{C}_i$  für die Netzknoten sind die Ausgangswerte für eine maschenweise Berechnung aller weiteren Präzisionsnivelementpunkte im System der geopotentiellen Knoten. Der Übergang von den geopotentiellen Knoten, die einen Arbeitswert darstellen, in ein metrisches System wird dadurch erreicht, daß  $C$  durch einen Schwerewert dividiert wird. Um nun die orthometrischen Höhen  $H_{\text{orth}}$ , die die Länge der Lotlinie vom Oberflächenpunkt bis zum Geoid darstellen, zu erhalten, ist der Mittelwert der Schwere  $\bar{g}$  entlang dieser Lotlinie zu verwenden:

$$H_{\text{orth}} = \frac{C}{\bar{g}} \quad (41)$$

$$\text{mit } \bar{g} = \frac{1}{H} \int_0^H g \, dH \quad (42)$$

Für die Berechnung von  $\bar{g}$  sind Informationen über die Oberflächentopografie, das Schwerfeld und die Dichte sowie über die Kompensationstiefe des isostatischen Massenausgleichs erforderlich. Über die klassischen Methoden und die modernen Verfahren zur Bestimmung von  $\bar{g}$  wurde in (Sünkel, 1986) berichtet. Derzeit wird noch geprüft, welches Verfahren zur Berechnung der mittleren Schwerewerte  $\bar{g}$  endgültig verwendet werden soll. Um jedoch die Auswirkungen der geschlossenen Ausgleichung sowie auch des Übergangs vom Triester auf den Amsterdamer Pegel erkennen zu können, wurden für die Knotenpunkte des Netzes vorläufige orthometrische Höhen berechnet. Als mittlere Schwere  $\bar{g}$  wurde der Mittelwert zwischen gemessener Schwere  $g$  an der Oberfläche und der Schwere  $g_0$  am Geoid verwendet:

$$\bar{g} = \frac{g + g_0}{2} \tag{43}$$

$$g_0 = g + \Delta g_T + 0,1967 H + \Delta g^0 \tag{44}$$

mit  $\Delta g_T$  dem Einfluß der topografischen Massen auf die Oberflächenschwere und  $\Delta g^0$  der Wirkung der gesamten Massen auf die Schwere im zugehörigen Geoidpunkt. Der Faktor 0,1967 · H enthält die Freiluftreduktion sowie den Einfluß der unendlichen Bouguerplatte. Für die Berechnung des Einflusses der topografischen Massen wurde eine einheitliche Dichte = 2,67 g/cm<sup>3</sup> und ein digitales Höhenmodell verwendet (Berücksichtigung der Massen bis R = 20 km). Die Einteilung erfolgte in Rasterelemente von ca. 400 x 350 m (Ruess, 1980), wobei die Höheninformation für die innersten 4 Elemente aus einer Digitalisierung von Höhenschichtlinien (1 : 10 000, 1 : 25 000) abgeleitet wurde.

Für eine Genauigkeitsabschätzung der orthometrischen Höhen ist der Einfluß von Dichtestörungen maßgebend. Sünkel (1986) hat gezeigt, daß bei der Annahme einer isostatischen Kompensation von Dichtestörungen der Einfluß von Dichtestörungen nur mehr lokal wirksam wird und zwischen -3 und +5 mm für ganz Österreich liegt. Da bei der Berechnung von  $\bar{g}$  nach (43) nicht alle Daten wie in der Arbeit von Sünkel berücksichtigt werden konnten, ist der Fehler größer anzusetzen, wird jedoch ± 10 mm für die Knotenpunkte ( $H_{max} \sim 1000$  m) nicht übersteigen, sodaß sich mit der Standardabweichung  $m_0$  für die geopotentiellen Koten ein mittlerer Fehler für die orthometrischen Höhen von

$$m_{H_{orth}} \sim \pm 15 \text{ mm}$$

ergibt.

Die Differenzen  $d =$  derzeitige Gebrauchshöhen - orthometrische Höhen sind in Tabelle 12 zusammengefaßt und in Abbildung 7 dargestellt. Diese Differenzen enthalten den Unterschied zwischen sphäroidischem und orthometrischem Höhensystem, die Höhenänderungen zwischen der Epoche der ursprünglichen Messungen (1873-1895) und der Neumessung, die Fehler beider Messungen sowie den Übergang vom Triester auf den Amsterdamer Pegel.

### 9. Zusammenfassung

Für den in Österreich begonnenen Aufbau eines orthometrischen Höhensystems als Gebrauchshöhen ist die Kenntnis der geopotentiellen Koten C der Höhenpunkte sowie der durchschnittlichen Schwere  $\bar{g}$  entlang der Lotlinie erforderlich. Grundlage für die Berechnung der geopotentiellen Koten ist das übergeordnete Österreichische Höhennetz (Präzisionsnivelllement) und das Österreichische Schweregrundnetz. Anhand von Fehlerabschätzungen wird gezeigt, daß bei Kenntnis der Oberflächenschwere entlang des Nivellementweges mit einer Genauigkeit von ± 1 mgal Fehler in den geopotentiellen Kotendifferenzen  $\Delta c$  mit den Fehlern der Höhenmessung ident sind.

Im funktionalen Modell für die Ausgleichung der  $\Delta c$  wurden die Höhenänderungen der Knotenpunkte bedingt durch rezente Änderungen der Erdoberfläche berücksichtigt. Der Einfluß des geomagnetischen Feldes für die verwendeten KONI 007 konnte vernachlässigt werden. Die Berücksichtigung der Refraktion ist derzeit aufgrund von fehlenden Daten nicht möglich gewesen. Eine Abschätzung ergab jedoch, daß die Ergebnisse der Ausgleichung nur geringfügig (maximal 6,5 mm bei  $\gamma = 0,15^\circ$  K/m) durch diesen Fehler beeinflusst sind, da die Knotenpunkte des Netzes meist in den Talregionen liegen.

Für das stochastische Modell wurden Gewichtsansätze für Modellrechnungen, die nur die Länge, zusätzlich dann den Höhenunterschied und weiters auch periodische Schwankungen der Knotenpunkte verwenden, mit dem Korrelationsmodell von Lucht verglichen. Aufgrund eines Normalverteilungstests sowie der Standardabweichung für die Gewichtseinheit für die Gewichtsansätze  $P^1 - P^4$  wurde das Modell  $P^4$  (Berücksichtigung von Länge, Höhenunterschied und Höhenschwankungen) als das geeignetste Modell ausgewählt.

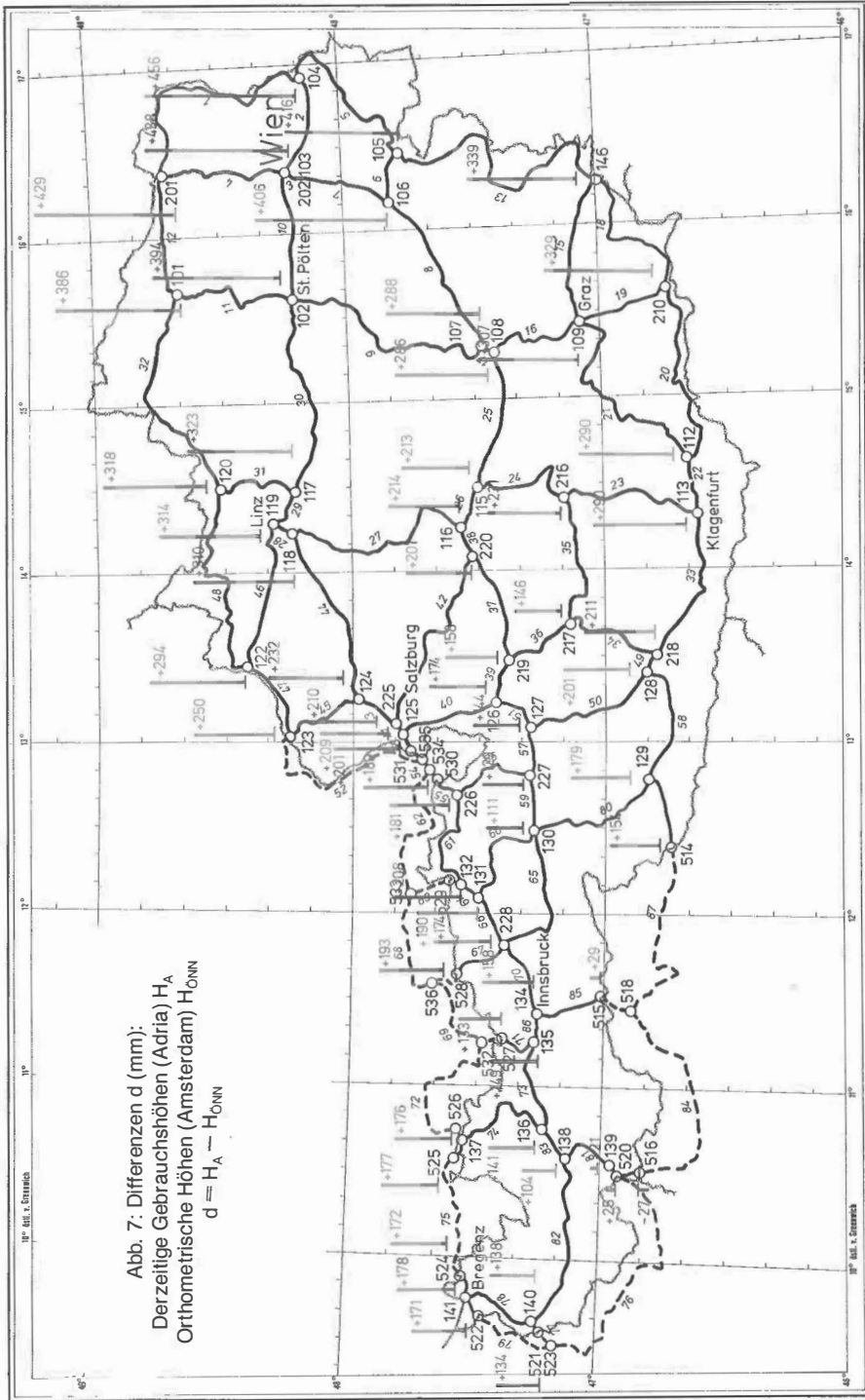


Abb. 7. Differenzen d (mm):  
Derzeitige Gebrauchshöhen (Adria)  $H_A$   
Orthometrische Höhen (Amsterdam)  $H_{ONN}$   
 $d = H_A - H_{ONN}$

Tab. 12: Ergebnisse der Ausgleichung für die Knotenpunkte I. und II. Ordnung und für die Grenzknoten

Knoten Nr.	Punkt Nr.	ÖK Nr.	St.	Geogr. Breite o, ' , ''	Geogr. Länge o, ' , ''	Schwere mgal	Geop. Kote kgalm	mc Δ mm	orth. Höhe m	d mm
1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12
101	37 856	21	HB	48 39 55	15 39 44	884,40	300,7459	6,1	306,603	+ 386
102	42 944	56	UF	48 12 06	15 37 18	840,50	267,1542	5,4	272,370	+ 394
103	48 921	59	HB	48 11 59	16 22 14	847,53	167,3868	5,8	170,654	+ 438
104	37 503	61	PB	48 08 29	16 54 04	873,61	140,0704	6,4	142,801	+ 456
105	39 223	77	HB	47 46 08	16 27 44	803,60	189,5383	6,1	193,246	+ 416
106	39 603	76	HB	47 48 23	16 08 40	775,10	296,9714	5,8	302,789	+ 406
107	42 296	133	HB	47 26 32	15 17 25	666,13	491,5266	5,0	501,209	+ 288
108	42 318	133	HB	47 24 43	15 16 28	668,42	472,1485	4,9	481,448	+ 286
109	50 714	164	HB	47 03 24	15 25 03	707,67	352,5772	5,5	359,508	+ 307
111	50 441	193	HB	46 59 09	16 15 49	758,16	223,4276	6,4	227,809	+ 340
112	46 876	204	HB	46 39 34	14 38 09	630,0i	453,5429	5,4	462,492	+ 290
113	47 002	202	HB	46 37 30	14 18 19	620,36	436,4034	5,0	445,020	+ 290
114	47 597	201	HB	46 36 46	13 50 37	581,71	494,9920		504,784	+ 244
115	40 003	130	HM	47 29 15	14 29 17	590,6i	694,0876	4,4	707,810	+ 213
116	40 087	98	HB	47 34 09	14 14 38	612,48	647,5335	4,2	660,321	+ 214
117	43 269	51	HB	48 12 48	14 29 23	801,88	246,3888	4,9	251,209	+ 323
118	43 922	50	HB	48 14 31	14 14 12	807,34	269,9049	4,6	275,183	+ 310
119	43 507	32	HB	48 17 40	14 17 39	815,43	258,4878	4,6	263,541	+ 314

Knoten Nr.	Punkt Nr.	ÖK Nr.	St.		Geogr. Breite ° , ' , ''	Geogr. Länge ° , ' , ''	Schwere mgal	Geop. Kote kgalm	mc Δ mm	orth. Höhe m	d mm
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
120	51 758	16	HB	Freistadt, Kath. Pfarrkirche	48 30 42	14 30 22	775,11	550,8369	5,8	561,621	+ 318
121	44 845	29	HB	Schärding, Bezirksgericht	48 27 30	13 26 03	812,51	314,7846		320,938	+ 298
122	44 827	29	HB	St. Florian, Haus Haid 8	48 25 35	13 27 00	803,20	322,7099	5,2	329,021	+ 294
123	45 020	27	HB	Braunau, Kapuzinerkirche	48 15 25	13 02 19	761,50	345,0363	4,7	351,799	+ 250
124	45 973	64	HB	Straßwalchen, Haus	47 58 55	13 15 33	686,3 i	523,5362	4,2	533,835	+ 232
125	41 920	63	HB	Salzburg, Felsen Nonntaler Straße	47 47 47	13 03 11	684,7 i	414,1329	3,6	422,283	+ 209
126	40 502	125	HB	Kreuzberg, Straßenmauer	47 26 12	13 12 33	592,0 i	541,3002	3,8	552,005	+ 174
127	40 606	124	HM	Lend, Haus Nr. 25	47 17 52	13 03 03	538,3 i	630,3859	3,8	642,887	+ 144
128	49 299	182	HB	Möllbrücke, Fels bei Gh. Kreiner	46 50 16	13 22 07	553,0 i	550,9096	4,3	561,826	+ 201
129	49 510	179	HB	Lienz, Baubezirksamt	46 49 40	12 45 27	520,74	666,2347	4,9	679,457	+ 179
130	42 531	122	HB	Mittersill, Pfarrkirche	47 16 48	12 29 00	504,50	773,2179	4,0	788,573	+ 111
131	34 448	120	HB	Wörgl, r. k. Pfarrkirche	47 29 11	12 03 59	608,84	503,6762	4,3	513,627	+ 190
132	41 423	90	HB	Kufstein, Festungsberg, Osthang	47 34 47	12 10 09	636,9 i	473,5303	4,3	482,872	+ 208
134	35 148	118	HB	Innsbruck, Haus	47 16 04	11 23 11	554,47	563,3210	5,1	574,482	+ 158
135	35 317	117	HB	Zirl, Gh. Schloßhäusl (v)	47 16 39	11 14 27	538,82	653,6082	5,3	666,567	+ 149
136	36 705	145	HM	Imst, Landwirtschaftsschule	47 14 12	10 44 27	530,13	766,5065	6,3	781,707	+ 141
137	45 077	85	HM	Vils, Gh. Ulrichsbrücke	47 32 46	10 39 44	577,0 i	801,7369	6,8	817,592	+ 176
138	35 559	144	HB	Landeck, Fels	47 08 10	10 34 06	477,98	777,9747	6,7	793,448	+ 104
139	38 639	171	HB	Kajetanbrücke, Fels	46 56 48	10 30 32	378,7 i	1003,1353	7,3	1023,183	+ 21

Knoten Nr.	Punkt Nr.	OK Nr.	St.		Geogr. Breite ° , ' , ''	Geogr. Länge ° , ' , ''	Schwere mgal	Geop. Kote kgalm	mc △ mm	orth. Höhe m	d mm
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
140	44 447	141	HB	Feldkirch, Gh. Walgauerstr. 1	47 14 10	9 35 56	590,07	450,5607	7,9	459,471	+ 138
141	38 709	111	HB	Bregenz, Straßensstützmauer	47 29 53	9 44 05	644,29	416,6629	7,9	424,881	+ 178
142	38 985	61	HB	Gattendorf, Haus	48 01 05	16 58 47	862,69	142,5143		145,294	+ 441
143	39 239	77	HB	Wulkaprodersdorf, r. k. Pfarrkirche	47 47 38	16 29 46	814,87	167,8424		171,124	+ 418
144	49 990	138	HB	Rattersdorf-Liebig, Brücke	47 24 39	16 30 17	782,47	283,8177		289,375	+ 396
145	42 031	200	HB	Riegersdorf, Haus	46 33 04	13 46 11	571,46	525,2608		535,658	+ 235
146	50 450	193	PB	Poppendorf	46 59 37	16 14 25	756,01	224,4778	6,3	228,880	+ 339
147	52 203	208	HB	Gosdorf, Haus	46 43 29	15 47 59	720,78	228,4263		232,914	+ 331
148	53 721	205	HB	Lavamünd	46 38 11	14 57 26	644,79	351,4508		358,383	+ 305
201	37 687	24	HM	Laa/Th., Sparkasse Hauptpl. 1	48 43 17	16 23 12	902,06	181,6577	6,5	185,193	+ 429
202	38 773	59	HB	Wien, Parlament	48 12 33	16 21 35	844,86	177,2669	5,7	180,727	+ 438
203	48 804	56	HB	Traisen, Haus	48 03 05	15 36 39	791,17	340,1714		346,829	+ 385
204	39 549	76	HB	Günselsdorf, Haus	47 56 41	16 15 41	806,56	240,3624		245,063	+ 426
205	51 518	5	HB	Gmünd-Hoheneich, Haus	48 46 31	15 01 01	819,41	482,8932		492,326	+ 355
206	43 103	54	HB	Kemmelbach, Neusarling, Haus	48 09 38	15 06 14	839,84	225,4223		229,824	+ 364
207	43 158	53	HB	Armstetten, Haus	48 07 28	14 52 18	798,34	274,2110		279,576	+ 345
208	39 355	133	HB	Leoben, Haus	47 22 27	15 05 26	647,58	533,6708		544,192	+ 267
209	50 606	165	HB	Gleisdorf, Klosterkirche	47 06 16	15 42 19	720,00	344,9837		351,761	+ 321

Knoten Nr.	Punkt Nr.	ÖK Nr.	St.		Geogr. Breite ° ' "	Geogr. Länge ° ' "	Schwere mgal	Geop. Kote kgalm	mc Δ mm	orth. Höhe m	d mm
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
210	52 276	208	HB	Spielfeld, Untervogau, Haus	46 43 52	15 36 53	715,56	252,4215	6,0	257,382	+ 329
212	39 819	132	HB	St. Michael, ehem. Bahnbrücke	47 20 27	15 00 50	631,49	572,4276		583,721	+ 259
213	47 330	161	HB	St. Peter ob Judenburg, Brücke	47 11 07	14 35 42	573,95	709,5678		723,607	+ 221
215	36 654A	188	HIM	Twimberg, Gh. z. Packerstraße	46 54 57	14 50 43	607,41	593,4010		605,124	+ 259
216	47 271	160	HB	Scheifling, Haus	47 09 06	14 24 48	573,42	745,7827	4,9	760,538	+ 231
217	45 620	157	HB	Mauterdorf, Gh. Weitgasser	47 08 02	13 41 00	468,48	1090,1256	4,7	1111,797	+ 146
218	35 898	182	HB	Spittal/Drau, Haus	46 48 00	13 29 38	561,62	548,7797	4,3	559,648	+ 211
219	40 391	126	HB	Radstadt, Gh. Stegerbräu	47 23 06	13 27 55	533,10	837,3703	4,2	853,969	+ 158
220	40 146	98	HB	Stamach, Gh. Katzensteiner	47 31 43	14 05 19	596,43	634,8999	4,2	647,449	+ 201
221	55 497	96	HB	Bad Ischl, Stadtpfarrkirche	47 42 45	13 37 26	659,96	459,6274		468,684	+ 227
224	44 110	48	HIM	Vöcklabruck, Unteres Stadt-Tor	48 00 35	13 39 24	712,60	419,5425		427,786	+ 263
225	44 233	63	HB	Salzburg, Gnigl, Haus	47 48 57	13 04 13	680,69	430,3615	3,7	438,832	+ 210
226	45 284	92	HIM	Lofer, Pfarrkirche	47 35 13	12 41 39	603,31	616,1401	3,9	628,316	+ 181
227	42 431	123	HB	Zell/See, Gh. Alpenblick	47 18 28	12 47 36	523,71	739,3675	3,8	754,037	+ 129
228	34 543	119	HB	Straß/Zillertal, Pfarrkirche	47 23 47	11 49 24	584,97	513,1155	4,4	523,266	+ 174
229	43 383	115	HB	Reutte, Haus	47 29 23	10 43 09	560,11	836,0175		852,564	+ 170
232	41 037	111	HIM	Dornbirn, Pfarrkirche	47 25 51	9 45 22	623,47	433,6611		442,223	+ 174
233	39 153	76	HB	Wr. Neustadt, Haus	47 48 30	16 14 09	778,31	264,0671		269,239	+ 408
234	49 441	197	HB	Oberdrauburg, Haus	46 44 57	12 58 18	539,09	608,5512		620,619	+ 194





Bedingt durch die schlechte Netzkonfiguration im westlichen Teil sind zwei verschiedene Lösungsmöglichkeiten für den Netzausgleich untersucht worden: Variante I verwendet nur österreichische Linien und die Grenzknoten des UELN 73 als Zwangspunkte, bei Variante II wurden noch deutsche, schweizerische und italienische Linien miteinbezogen und das Netz frei, ohne Datumspunkt, berechnet. In den durchgeführten Tests, sowie Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsuntersuchungen zeigte die Variante II bessere Ergebnisse als Variante I, und ist deswegen für die Berechnung der geopotentiellen Knoten C der Netzknoten verwendet worden. Für die Kotendifferenz  $\Delta c$  zweier beliebiger Knotenpunkte des Netzes ist mit einem maximalen Fehler  $s_{\max} \leq 11,8 \cdot 10^{-3} \text{ Kgalms}^{-2}$ , abgeleitet aus den ausgeglichenen  $\bar{C}_i$ -Werten zu rechnen.

Zur Festlegung des Datums wurde das freiausgeglichene Netz auf die Grenzknoten des UELN 73 zwischen Österreich und Deutschland und der Schweiz angefeldert.

Eine Abschätzung der absoluten Genauigkeit der  $\bar{C}_i$ -Werte ergab, bezogen auf den Datumspunkt 4019 (Amsterdam) des UELN 73, daß der maximale Fehler  $s_{\text{ges}} 22 \cdot 10^{-3} \text{ Kgalms}^{-2}$  betragen kann. Jedoch ist die geopotentielle Kote C des Punktes 4019 ungefähr auf den mittleren Meeresspiegel (MSL) des „normaal amsterdams peil“ (NAP) bezogen. Die dem MSL entsprechende Niveaufläche liegt jedoch (0,2–0,5) m oberhalb des MSL.

Um einen Vergleich zwischen den derzeitigen Gebrauchshöhen und dem neuen orthometrischen Höhensystem durchführen zu können, wurden die orthometrischen Höhen für die Netzknoten berechnet. Für die Berechnung der durchschnittlichen Schwere  $\bar{g}$  wurde die Topografie mittels eines digitalen Geländemodells mit einheitlicher Dichte berücksichtigt. Die Differenzen  $d$  liegen zwischen +456 mm und –27 mm, wobei auf den Pegelübergang (alt: Triest, neu: Amsterdam) ungefähr 300 mm entfallen.

Vorgesehen ist noch, den Informationsgehalt der Varianz-Kovarianz-Matrix  $K_{xx}$  besser auszunützen und eine Hauptkomponentenanalyse durchzuführen. Es kann dadurch die Aussage in bezug auf die vorhandene Netzgenauigkeit verbessert werden. Möglicherweise könnte die Einbeziehung einiger weiterer neugemessener Linien im Bereich von Süddeutschland die Netzschwäche im westlichen Teil beseitigen helfen. Die Berücksichtigung der Refraktion für die Linien im alpinen und voralpinen Bereich wird ebenfalls angestrebt. Sollten diese ausständigen Arbeiten im Zusammenhang mit einer optimalen Bestimmung der durchschnittlichen Schwere die vorgesehenen Resultate bringen, so könnten die daraus abgeleiteten orthometrischen Höhen im Zusammenhang mit GPS-Messungen zur Verbesserung des österreichischen Geoides verwendet werden.

Abschließend möchte ich noch der Schweizerischen Landestopographie und dem Bayerischen Landesvermessungsamt für die übermittelten Daten und die gute Zusammenarbeit danken.

#### Literatur

- Baarda, W.* (1968): A testing Procedure for Use in Geodetic Networks. Niederl. Geod. Kommission, Neue Serie 2, Nr. 5, Delft 1968.
- Brennecke, J.* et al. (1982): Validation of SEASAT 1 — Altimetry Using Ground Truth in the North Sea Region. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft 263, 1982.
- Ehrnsperger, W.* (1986): Status and Results of the 1986 Adjustment of the United European Levelling Network — UELN 73. Hannover 1986.
- Erker, E.* (1984): Lokale Geoidbestimmung und Lotabweichungsfeld in Österreich. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie, Heft 1, 1984 (Jg. 72).
- Fawaz, E.* (1981): Beurteilung von Nivellementnetzen auf der Grundlage der Theorie stochastischer Prozesse. Wiss. Arbeiten, Fachrichtung Vermessungswesen, Univ. Hannover, Nr. 99, 1981.
- Fuchs, H.* et al. (1983): Adjustment and Gross Error Detection of Levelling Networks. In: Pelzer/Niemeier (Hrsg.): Precise Levelling, Dümmler Verlag, pp. 391–409, 1983.
- Gubler, E.* (1980): Vertical Movements in Switzerland. Rock Mechanics, Suppl. 9, 193–199, 1980.

*Höggerl, N.* (1986): Report on Austrian Efforts in the Field of High Precision Levelling and Recent Crustal Movements. UELN/RCM Meeting, Hannover 1986.

*Holdahl, S.* (1975): Models and Strategies for Computing Vertical Crustal Movements in the United States. Preprint for Presentation at International Symposium on Recent Crustal Movements, Grenoble, France 1975.

*Kolenatý, E., Zeman, A.* (1985): Einfluß des geomagnetischen Kraftfeldes auf die Horizontierung der Kompensatornivelliergeräte. Geodetický a Kartografický obzor, 31, 1985, Nr. 9.

*Kreyszig, E.* (1975): Statistische Methoden und ihre Anwendungen. Vandenhoeck u. Ruprecht, Göttingen, 5. Auflage, 1975.

*Lucht, H.* (1971): Korrelation im Präzisionsnivellement. Wiss. Arbeiten, Fachrichtung Vermessungswesen, Univ. Hannover, Nr. 48, 1971.

*Meissl, P.* (1980): Adjustment of Levelling Networks by Minimizing the Absolute Sum of Residuals. NAD-Symp., Ottawa, pp. 393–416, 1980.

*Mozžuchin, O.* (1977): Die nivellitische Refraktion und die Methoden ihrer Berücksichtigung. Vermessungstechnik, Heft 10, 1977 (Jg. 25).

*Pelzer, H., Hrsg.* (1980): Geodätische Netze in Landes- und Ingenieur-Vermessung, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart 1980.

*Pelzer, H.* (1982): Error Propagation in Levelling Networks. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft 258/V, 1982.

*Pelzer, H., Hrsg.* (1985): Geodätische Netze in Landes- und Ingenieur-Vermessung, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart 1985.

*Pope, A.* (1976): The Statistics of Residuals and the Detection of Outliers. NOAA Technical Report NOS 65 NGS 1, Rockville 1976.

*Reißmann, G.* (1976): Zur Ausgleichung freier Höhennetze. Vermessungstechnik, Heft 8, 1976 (24. Jg.).

*Reißmann, G.* (1985): Äußere und innere Genauigkeit bei angeschlossenen und freien Höhennetzen. Vermessungstechnik, Heft 4, 1985.

*Ruess, D.* (1980): Gravimetrische Untersuchungen am Ostrand des Tauernfensters. Dissertation der naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Wien, 1980.

*Ruess, D.* (1983): The Austrian Gravity Base Net. BGI, Bull. No. 53, Dec. 1983.

*Rumpf, W. E., Meurisch, H.* (1981): Systematische Änderung der Ziellinie eines Präzisions-Kompensator-Nivellieres – insbesondere des Zeiß Ni 1 – durch magnetische Gleich- und Wechselfelder XVI. International Congress of Surveyors, Montreux, Switzerland, 1981.

*Sünkel, H.* (1986): Konventionelle und moderne Verfahren zur Ableitung orthometrischer Höhen. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie, Heft 2, 1986, 74. Jg.

*Vyskočil, P.* (1982): Refraction in Levelling, Sbornik výzkumných prací VÚGTK, svazek 14 (1982).

*Wolf, H.* (1979): Ausgleichrechnung II. Dümmlerbuch 7836, Ferd. Dümmlers Verlag, Bonn 1979.

*Zeger, J.* (1983): Testbeispiel RAURIS – der Einfluß von Lotabweichungen und ellipsoidischen Höhen auf die Auswertung eines Triangulierungsoperates. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie, Heft 3, 1983 (71. Jg.).

*Zeger, J.* (1985): Aufbau eines neuen Höhensystems in Österreich. Allgemeine Vermessungsnachrichten, Heft 8–9, 1985.

Manuskript eingelangt im November 1986.