



Gedanken über ein neues Verfahren zur relativen Punktbestimmung: Das Hubschrauber-Positionierungs-System (HPS)

Bernhard Hofmann-Wellenhof ¹, G. Kienast ², Karl Killian ³

¹ *Technische Universität Graz, Institut für Angewandte Geodäsie und Photogrammetrie, Abteilung Landesvermessung; Rechbauerstraße 12, A-8010 Graz*

² *Technische Universität Graz, Institut für Angewandte Geodäsie und Photogrammetrie, Abteilung Landesvermessung; Rechbauerstraße 12, A-8010 Graz*

³ *Hadikgasse 40, 1140 Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **75** (3), S. 93–103

1987

BibT_EX:

```
@ARTICLE{Hofmann-Wellenhof_VGI_198710,  
Title = {Gedanken {\u}ber ein neues Verfahren zur relativen Punktbestimmung:  
Das Hubschrauber-Positionierungs-System (HPS)},  
Author = {Hofmann-Wellenhof, Bernhard and Kienast, G. and Killian, Karl},  
Journal = {{{\u}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen und  
Photogrammetrie}},  
Pages = {93--103},  
Number = {3},  
Year = {1987},  
Volume = {75}  
}
```



Gedanken über ein neues Verfahren zur relativen Punktbestimmung: Das Hubschrauber-Positionierungs-System (HPS)

Von B. Hofmann-Wellenhof, Graz, G. Kienast, Graz, K. Killian, Wien

Zusammenfassung:

Die Gedanken zu einem neuen relativen Positionierungssystem werden vorgestellt. In Analogie zu GPS können bei diesem Hubschrauber-Positionierungs-System (HPS) Phasenbeobachtungsgleichungen aufgestellt werden, die die relative Punktbestimmung ermöglichen. Neben der Beschreibung dieses HPS wird ein Einblick in die geometrische Situation gegeben. Beispiele mit simulierten Daten zeigen schließlich die Leistungsfähigkeit des Hubschrauber-Positionierungs-Systems.

Summary

Ideas for a new relative point positioning system are proposed. For this Helicopter Positioning System (HPS) phase observation equations are set up in analogy to GPS which enable relative point determinations. Apart from the description of HPS an insight into the geometrical situation is given. Finally, examples based on simulated data demonstrate the capabilities of the Helicopter Positioning System.

1. Einleitung

In der vorliegenden Arbeit wird das Hubschrauber-Positionierungs-System (HPS) dem Globalen-Positionierungs-System (GPS) gegenübergestellt. Es muß betont werden, daß beide Positionierungsverfahren sehr verschiedene Aufgabenbereiche haben. GPS wurde für Flugzeug- und Schiffsnavigation und für Raketensteuerung u. a. m. entwickelt. Darüber hinaus wurde GPS auch für die zivile Vermessung zugänglich gemacht und sehr erfolgreich verwendet. Es muß auch beachtet werden, daß das von den Amerikanern entwickelte GPS bereits besteht und durch die geplante Vollausbaustufe noch bedeutend erweitert wird. Auch in der UdSSR geht man ungefähr den gleichen Weg, vgl. *Korth (1985)* und *Lilienblum (1985)*.

Beim Hubschrauber-Positionierungs-System (HPS) gibt es hingegen im Vergleich zum GPS sehr bemerkenswerte Möglichkeiten:

- (1) Durch den Hubschrauber kann der Einblick in das Gelände gesteuert werden.
- (2) Die Planung des gesamten Vermessungsvorganges ist möglich; insbesondere kann durch die Möglichkeit, die Konfiguration der Hubschrauberpositionen zu wählen, eine gewünschte (definierte) Genauigkeit erreicht werden, und durchgreifende Kontrollen sind in kurzer Zeit möglich.
- (3) Die Eigenschaften der Atmosphäre können sehr gut erfaßt werden. Die Vermessung erfolgt nur in der Troposphäre, meteorologische Messungen können in den Bodenpunkten und in den Hubschrauberpunkten durchgeführt werden.
- (4) Es gibt natürlich keine Abhängigkeit von Satelliten.

Beim HPS legen wir die Phasenmessung zugrunde. Im nächsten Abschnitt leiten wir die Beobachtungsgleichung der Phasenmessung für GPS her und spezialisieren diese Gleichung schließlich für das HPS.

2. Phasenmessung

2.1. Fundamentale Beziehungen aus der Wellenlehre

Die Phase Φ einer Welle zum Zeitpunkt t am Ort x kann durch

$$\Phi(t) = \Phi(t_0) + \omega(t - t_0) - \omega \frac{x}{v} - 2\pi n \quad (2-1)$$

beschrieben werden. In dieser Formel ist $\Phi(t_0)$ die Phase zum Zeitpunkt t_0 und am Ort $x = 0$ (Entstehungsort der Welle), also die Ausgangslage der Phase. Weiters ist ω die (konstante) Winkelgeschwindigkeit oder Kreisfrequenz der Welle, v entspricht der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle, und $2\pi n$ enthält die sogenannte Integerunbekannte n , die die Anzahl der ganzen Wellenlängen im Zeitraum $t - t_0$ angibt (Phasenmesser können nur den Anteil registrieren, der ein ganzzahliges Vielfaches von 2π übersteigt). Die Kreisfrequenz ω können wir auch durch die lineare Frequenz f , das ist die Zahl der ganzen Schwingungen pro Sekunde, ausdrücken oder auch durch die Periodendauer T , also

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}. \quad (2-2)$$

Aus (2-2) lesen wir unmittelbar ab

$$T = \frac{1}{f}. \quad (2-3)$$

Das Produkt aus der Wellenlänge λ und der linearen Frequenz f gibt die Ausbreitungsgeschwindigkeit v der Welle:

$$v = \lambda \cdot f, \quad (2-4)$$

wobei die Wellenlänge λ als der Abstand zwischen zwei Punkten gleichen Schwingungszustands definiert ist. Schließlich können wir noch die Beziehungen

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\Phi}{x} = \frac{\omega}{v} \quad (2-5)$$

angeben. Die Einheit der Frequenz ist

$$1 \text{ Schwingung / Sekunde} = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ cps}$$

wobei Hz für *Hertz* steht und cps die Bedeutung *cycles per second* hat.

In (2-1) können wir statt

$$\frac{x}{v} \quad (2-6)$$

auch die Laufzeit Δt_x einführen. Das ist die Zeit, die die Welle mit der Geschwindigkeit v zum Durchlaufen der Strecke vom Entstehungsort bis zum Ort x benötigt, also

$$\Delta t_x = \frac{x}{v}. \quad (2-7)$$

2.2. Beobachtungsgleichung für die Phasenmessung der GPS-Signale

Wir gehen von der Phasengleichung (2-1) aus. Wenn wir die Phase am Entstehungsort der Welle betrachten, dann ist $x = 0$, und wir bekommen

$$\Phi(t) = \Phi(t_0) + \omega(t - t_0) - 2\pi n. \quad (2-8)$$

Jetzt betrachten wir die Phase eines Satellitensignals am Entstehungsort der Welle, also im Satelliten, wobei wir den Satelliten durch das Superskript S bezeichnen:

$$\Phi^S(t^S) = \Phi^S(t_0) + \omega^S(t^S - t_0) - 2\pi n^S. \quad (2-9)$$

Alles, was vom Satelliten abhängt, haben wir mit dem Superskript versehen. Die Phase $\Phi^S(t^S)$ können wir nicht direkt messen. Daher erzeugen wir im Empfänger ein Signal und messen die

Differenz des Satellitensignals und des im Empfänger erzeugten Signals. Der Meßwert m_R^S zum Zeitpunkt t ist durch

$$m_R^S(t) = \Phi^S(t^S) - \Phi_R(t_R) \tag{2-10}$$

gegeben. Das Subskript R bezeichnet Größen, die vom Receiver (Empfänger) abhängen. Gleichung (2-10) stellt die sogenannte Basisobservable für GPS-Phasenmessungen dar, vgl. *Goad (1986)*. Wir beschreiben diese wichtige Gleichung noch einmal mit Worten: bei GPS-Phasenmessungen wird zu einem Zeitpunkt t die Differenz aus der Phase eines Satellitensignals, das zu einem Zeitpunkt t^S ausgesandt wurde, und der Phase eines im Empfänger zu einem Zeitpunkt t_R erzeugten Signals gemessen.

Die Phase des Satellitensignals kennen wir bereits durch Gleichung (2-9). Ganz analog erhalten wir die Phase des im Empfänger erzeugten Signals. Wir betrachten das Signal im Empfänger, also am Entstehungsort, daher kann die Phase mit

$$\Phi_R(t_R) = \Phi_R(t_0) + \omega_R(t_R - t_0) - 2\pi n_R \tag{2-11}$$

angegeben werden. Diese Gleichung folgt aus (2-1) bzw. in Analogie zu (2-9). Gemäß (2-10) bilden wir nun die Differenz aus (2-9) und (2-11) und erhalten

$$m_R^S(t) = \Phi^S(t_0) + \omega^S(t^S - t_0) - 2\pi n^S - \Phi_R(t_0) - \omega_R(t_R - t_0) + 2\pi n_R \tag{2-12}$$

oder in leicht modifizierter Form

$$m_R^S(t) = \Phi^S(t_0) - \Phi_R(t_0) + \omega^S(t^S - t_0) - \omega_R(t_R - t_0) - 2\pi N_R^S \tag{2-13}$$

wobei wir die Integergröße

$$N_R^S = n^S - n_R \tag{2-14}$$

eingeführt haben. Da wir die Meßgröße in Funktion von t angeben wollen, ersetzen wir t_R und t^S in (2-13) durch

$$t_R = t + \Delta U_R \tag{2-15}$$

und

$$t^S = t - \Delta t_x - \Delta U^S \tag{2-16}$$

wobei ΔU_R und ΔU^S die Uhrstände im Empfänger bzw. im Satelliten sind. Wir erklären die beiden letzten Formeln noch etwas genauer und betrachten dazu Fig. 2.1.



Figur 2.1. Darstellung der Zeitachse

Stellen wir uns vor, wir haben eine Referenzzeit (Systemzeit) zur Verfügung, die uns den Zeitpunkt t angibt. Die Uhr des Empfängers wird gegenüber der Systemzeit einen Stand aufweisen, daher müssen wir den durch den Empfänger angegebenen Zeitpunkt t_R um den Uhrstand ΔU_R korrigieren.

Ganz ähnlich verhält es sich mit dem Satellitensignal, das zum Zeitpunkt t^S vom Satelliten gesendet wird. Wir müssen diesen Zeitpunkt um den Stand der Satellitenuhr ΔU^S korrigieren. Zusätzlich müssen wir noch die Laufzeit Δt_x berücksichtigen, die das Satellitensignal

benötigt, um vom Satelliten zum Empfänger zu gelangen. Wir setzen nun (2-15) und (2-16) in (2-13) ein:

$$m_R^S(t) = \Phi^S(t_0) - \Phi_R(t_0) + \omega^S(t - t_0 - \Delta t_x - \Delta U^S) - \omega_R(t - t_0 + \Delta U_R) - 2\pi N_R^S \quad (2-17)$$

Etwas umgeformt sieht die Gleichung folgendermaßen aus:

$$m_R^S(t) = \Phi^S(t_0) - \Phi_R(t_0) + (t - t_0) (\omega^S - \omega_R) - \omega^S \Delta t_x - \omega^S \Delta U^S - \omega_R \Delta U_R - 2\pi N_R^S \quad (2-18)$$

Beachten wir, daß Δt_x die Laufzeit ist, die das zum Zeitpunkt t^S ausgesendete Satellitensignal benötigt, um zum Empfänger zu gelangen, wo es zum Zeitpunkt t_R empfangen wird. Wegen (2-7) können wir die Laufzeit durch den Weg x und die Ausbreitungsgeschwindigkeit v ausdrücken. Anstelle des Weges x führen wir die Differenz der Ortsvektoren zum Satelliten und zum Empfänger ein:

$$\Delta t_x = \frac{\| \underline{x}^S(t^S) - \underline{x}_R(t_R) \|}{v} \quad (2-19)$$

Diesen Ausdruck setzen wir in (2-18) ein und bekommen

$$m_R^S(t) = \Phi^S(t_0) - \Phi_R(t_0) + (t - t_0) (\omega^S - \omega_R) - \frac{\omega^S}{v} [\| \underline{x}^S(t^S) - \underline{x}_R(t_R) \|] - \omega^S \Delta U^S - \omega_R \Delta U_R - 2\pi N_R^S \quad (2-20)$$

Wenn wir die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit v durch c , die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, ersetzen wollen, müssen wir berücksichtigen, daß v eine Funktion der Atmosphäre ist, das heißt, wir müssen eine Phasenkorrektur zufolge der Ionosphäre und der Troposphäre einführen:

$$m_R^S(t) = \Phi^S(t_0) - \Phi_R(t_0) + (t - t_0) (\omega^S - \omega_R) - \frac{\omega^S}{c} [\| \underline{x}^S(t^S) - \underline{x}_R(t_R) \|] - \omega^S \Delta U^S - \omega_R \Delta U_R - 2\pi N_R^S + \Delta \Phi_{\text{Trop}} + \Delta \Phi_{\text{iono}} + \dots \quad (2-21)$$

Damit haben wir die Beobachtungsgleichung für die GPS-Phasenmessung aufgestellt. In Gleichung (2-21) haben wir weitere Effekte vernachlässigt. Insbesondere sind wir nicht auf die relativistischen Effekte eingegangen, die durch die Bewegung des Satelliten im Erdschwerfeld verursacht werden.

Wenn wir die Ortsvektoren \underline{x}^S und \underline{x}_R in einem erdfesten Koordinatensystem betrachten, dann bleibt der Vektor \underline{x}_R konstant, und die Abhängigkeit vom Zeitpunkt t_R braucht nicht angegeben zu werden. In Gleichung (2-21) mit dem Meßwert $m_R^S(t)$ sind die Koordinaten \underline{x}_R der Beobachtungsstation die gesuchten Unbekannten. Alle anderen Größen sind mehr oder weniger unangenehme Begleiterscheinungen.

Betrachten wir aus dem Zeitraum von 1980–1987 verschiedene Modellierungen der Phasenmessung und vergleichen wir, ob grundlegende Unterschiede vorhanden sind. In *Fell (1980)*, Seite 24, finden wir

$$m_R^S(t) = \frac{2\pi}{\lambda} [\| \underline{x}^S(t) - \underline{x}_R \| - \lambda \cdot N_R^S + c \cdot \Delta \tau_R^S] \quad (2-22)$$

wobei wir die Notationen weitgehend an Gleichung (2-21) angepaßt haben. Wir müssen nur $\Delta\tau_R^S$ erklären, das der Korrektur wegen Uhrstands entspricht. Fell (1980) weist darauf hin, daß zahlreiche Einflüsse, wie z. B. relativistische und atmosphärische Effekte, nicht berücksichtigt wurden.

Ashkenazi et al. (1985) geben

$$m_R^S(t) = \Phi^S(t_0) - \Phi_R(t_0) + (t - t_0) (\omega^S - \omega_R) - \frac{\omega^S}{c} [\|\underline{x}^S(t) - \underline{x}_R\|] + \Delta\Phi_{Trop} + \Delta\Phi_{Iono} \quad (2-23)$$

als Phasengleichung an, und schließlich finden wir in Maniatis et al. (1987) die Gleichung

$$m_R^S(t_i) = \Phi^S(t_i^S) - \Phi_R(t_i) + Uhr_R(t_i) + Uhr^S(t_i^S) + Atm_R^S(t_i) + Ion_R^S(t_i) \quad (2-24)$$

Mit „Uhr“ werden die Fehler durch den Uhrenstand bezeichnet. Der Einfluß der Atmosphäre wird durch die neutrale Atmosphäre (= Troposphäre) und die Ionosphäre modelliert.

Wie wir sehen, entsprechen die Gleichungen von Fell (1980), Ashkenazi et al. (1985) und Maniatis et al. (1987) im Prinzip Formel (2-21), wenn wir davon absehen, daß kleinere Effekte nicht bei allen drei Autoren explizit angegeben werden und daß verschiedene Zeitpunkte in den einzelnen Termen aufscheinen.

Der Hauptvorteil der Phasenbeobachtung liegt in der erzielbaren Genauigkeit. Wesentliche Nachteile sind die zahlreichen Terme in der Beobachtungsgleichung für die GPS-Phasenmessung, die für die gewünschte Positionsbestimmung nicht relevant sind, aber als Ballast mitgeführt werden müssen.

3. Die Ideen zu einem Hubschrauber-Positionierungs-System

Wir wollen auf den Hauptvorteil der Phasenmessung, nämlich die erreichbare Genauigkeit, nicht verzichten, aber wir wollen Gleichung (2-21) so vereinfachen, daß möglichst alle für die gesuchten Unbekannten \underline{x}_R irrelevanten Terme verschwinden oder gut durch Messungen bestimmt werden können. Wir schreiben noch einmal Gleichung (2-21) an, wobei wir das Superskript S jedoch durch H ersetzen. Wir schlagen nämlich vor, an Stelle eines Satelliten einen Hubschrauber (daher schreiben wir in (3-1) H statt S) mit einem Sender auszustatten, der die gleichen Trägerfrequenzen wie der GPS Satellit aussendet:

$$m_R^H(t) = \Phi^H(t_0) - \Phi_R(t_0) + (t - t_0) (\omega^H - \omega_R) - \frac{\omega^H}{c} [\|\underline{x}^H(t^H) - \underline{x}_R\|] - \omega^H \Delta U^H - \omega_R \Delta U_R - 2\pi N_R^H + \Delta\Phi_{Trop} + \Delta\Phi_{Iono} \quad (3-1)$$

Nun treffen wir eine Reihe von Annahmen und sind damit in der Lage, Gleichung (3-1) wesentlich zu vereinfachen:

(1) Durch Phasensynchronisation zu Beginn des Meßvorgangs können wir

$$\Phi^H(t_0) - \Phi_R(t_0) = 0 \quad (3-2)$$

erreichen.

(2) Durch Messung der Frequenz ω^H und ω_R zu Beginn und am Ende des Hubschrauberflugs ist der Term

$$(t - t_0) (\omega^H - \omega_R) \quad (3-3)$$

berechenbar. Bei stabilen Oszillatoren (d. h., die Frequenzänderungen mit der Zeit seien vernachlässigbar klein) und Frequenzabstimmung zu Beginn des Meßvorgangs wird der Term zu Null.

(3) Die Uhrenstände (und allfällige Gänge) können bestimmt werden, wenn wir die Uhr der Beobachtungsstation und die Uhr im Hubschrauber vor und nach dem Hubschrauberflug mit einer Referenzuhr, z. B. einer Atomuhr, vergleichen. Dadurch sind

$$\Delta U^H, \Delta U_R$$

bekannt.

(4) Die GPS Trägerfrequenzen

$$\begin{aligned} L1 &= 1575.42 \text{ MHz} \\ L2 &= 1227.60 \text{ MHz} \end{aligned} \quad (3-4)$$

entsprechen den Wellenlängen

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 19.05 \text{ cm} \\ \lambda_2 &= 24.45 \text{ cm} \end{aligned} \quad (3-5)$$

Um die Integergrößen N_R^H bestimmen zu können, führen wir Entfernungsmessungen durch. Die Entfernung muß auf eine halbe Wellenlänge genau, also auf etwa 10 cm, bestimmt werden. Diese Genauigkeit können wir ohne Schwierigkeit durch Mikrowellenmessung oder Lasermessung erreichen. Selbst für Satelliten soll diese Genauigkeit beim neuen PRARE Precise Range And Range-Rate Equipment erreicht werden, vgl. *Reigber (1984)*. Beachte, daß pro Bodenstation und Hubschrauberflug nur eine Entfernung zu irgendeinem Zeitpunkt während des Flugs gemessen werden muß. Vergleiche hierzu GPS, wo pro Empfänger und pro Satellit nur eine ganzzahlige Unbekannte von Wellenlängen (Integerambiguität) für alle beobachteten Zeitpunkte auftritt, vgl. *Remondi (1985)*. Das gilt allerdings nur dann, wenn der Empfang der Signale nicht unterbrochen wird, was beim Hubschrauberflug nicht mit Sicherheit der Fall sein wird.

(5) Bei Verwendung eines Hubschraubers fällt der ionosphärische Korrekturterm $\Delta \Phi_{\text{iono}}$ weg, da die Ionosphäre von etwa 80 km Höhe bis 360 km Höhe reicht, vgl. *Herrmann (1973)*, Seite 86, und der Hubschrauber nur in etwa 2 km bis 4 km Höhe fliegt. Die Eigenschaften der Troposphäre (0 bis 10 km Höhe) können durch Messungen auf der Bodenstation und im Hubschrauber bestimmt werden. Die Messung der meteorologischen Verhältnisse im Bodenpunkt und im Hubschrauber bringt zusätzlich Vorteile für die Mikrowellenentfernungsmessung, da nach *Wilmes und Kaniuth (1985)* der Hauptanteil des Fehlers bei der Entfernungsmessung auf die troposphärische Refraktion zurückzuführen ist.

(6) Relativistische Effekte fallen weg.

Die Beobachtungsphasengleichung mittels Hubschrauber vereinfacht sich durch die Berücksichtigung der Punkte (1) bis (6) zu

$$\bar{m}_R^H(t) = -\frac{\omega^H}{c} [\|\underline{x}^H(t^H) - \underline{x}_R \|] \quad (3-6)$$

wobei $\bar{m}_R^H(t)$ die Korrektur durch (1) bis (6) enthält. In (3-6) ist t^H der Zeitpunkt der Aussendung des Signals im Hubschrauber. Da die Änderung der Hubschrauberposition während der Laufzeit des Signals vernachlässigbar ist, gilt auch

$$\underline{x}^H(t^H) \approx \underline{x}^H(t) \quad (3-7)$$

Die Positionen des Hubschraubers $\underline{x}^H(t^H)$ werden als Unbekannte in die Beobachtungsgleichung eingeführt. Somit enthält (3-6) sechs Unbekannte: die drei Stationsunbekannten \underline{x}_R und die Hubschrauberposition $\underline{x}^H(t^H)$.

4. Die geometrische Situation beim Hubschrauber-Positionierungs-System

Wir betrachten die relative Neupunktbestimmung. Wir nehmen n Bodenpunkte und m Hubschrauberpunkte an. Werden Messungen zwischen allen Bodenpunkten und Hubschrauberpunkten durchgeführt, dann haben wir

$$n \cdot m \text{ mögliche Messungen} \quad (4-1)$$

Von den Bodenpunkten (Stationspunkten) nehmen wir p Punkte als fest und koordinatenmäßig bekannt an. Dann haben wir

$$3(n - p) + 3m \text{ Unbekannte} \quad (4-2)$$

Diese können bestimmt werden, wenn die Bedingung

$$n \cdot m \geq 3m + 3(n - p) \quad (4-3)$$

gilt. In dieser Gleichung werden $n - p$ zu bestimmende Neupunkte bei p festgehaltenen und koordinatenmäßig bekannten Punkten und m unbekanntem Hubschrauberpunkten aus $n \cdot m$ Messungen bestimmt. Sinnvoll ist die Aufgabe also nur, wenn $n > p$ ist, wenn also die Gesamtzahl der Bodenstationen (Neupunkte und Festpunkte) größer als die Zahl der Festpunkte ist, andernfalls muß ja kein Neupunkt bestimmt werden. Aus Gleichung (4-3) erhalten wir die Anzahl der Überbestimmungen sofort mit

$$n \cdot m - [3m + 3(n - p)] \quad (4-4)$$

Nehmen wir nun an, wir wollen zunächst nur 1 Neupunkt bestimmen und haben 3 koordinatenmäßig bekannte Punkte vorliegen. Somit haben wir $p = 3$ und $n = 4$, und eingesetzt in (4-3) bekommen wir

$$4m \geq 3m + 3(4 - 3)$$

oder

$$m \geq 3$$

Mit 3 Hubschrauberpositionen, simultan von allen 4 Bodenpunkten beobachtet (1 Neupunkt und 3 koordinatenmäßig bekannte Punkte), können wir den Neupunkt gerade bestimmen. In geometrischer Hinsicht entspricht diese Aufgabe dem SECOR-Verfahren, vgl. z. B. *Mueller et al. (1970)*. Weitere Hubschrauberpositionen ergeben pro weiterem Hubschrauberpunkt eine zusätzliche Überbestimmung, siehe Tabelle 4.1.

Aus Tabelle 4.1 sehen wir, daß wir mit gleicher Qualität (in bezug auf Überbestimmung) einen oder simultan mehrere Neupunkte aus einem einzigen Hubschrauberflug bestimmen können. Allerdings müssen dann auch alle zu bestimmenden Neupunkte und die festgehaltenen Punkte mit Empfängern ausgestattet sein. Weiters erkennen wir aus der Tabelle, wie eine Erhöhung der Festpunkte die Anzahl der Überbestimmung erhöht. Die geometrischen Lösungen, die wir in Tabelle 4.1 angegeben haben, sind natürlich nicht neu. Eine Fülle von wertvollen Tabellen dieser Art finden wir in *Lindlohr und Wells (1985)*, die auf GPS-Beobachtungen ausgerichtet sind und die von allgemeinsten Beobachtungsmodellen bis zum Spezialfall reichen.

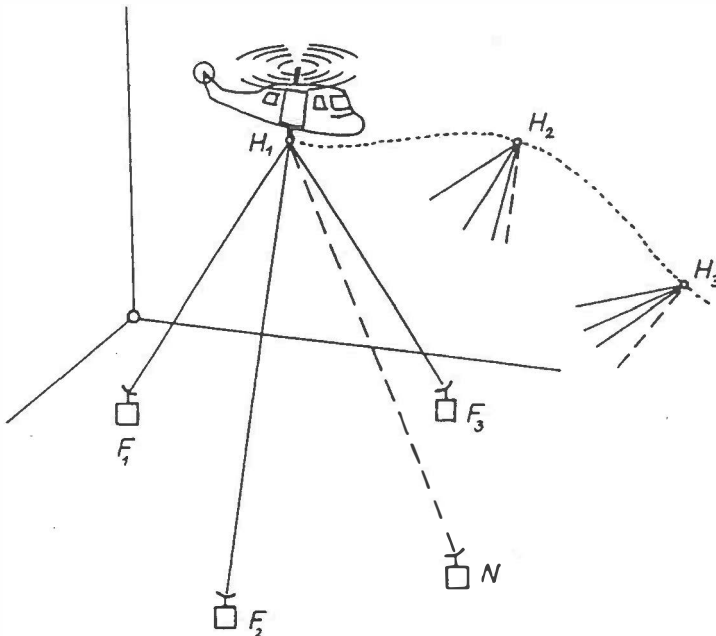
Bodenpunkte	festgeh. Punkte	Neupunkte	Hubsch.-punkte	Phasenmess.	Unbekannte	Überbestimmung
4	3	1	3	12	12	0
			4	16	15	1
			5	20	18	2
			7	28	24	4
			10	40	33	7
5	3	2	3	15	15	0
			4	20	18	2
			5	25	21	4
			7	35	27	8
			10	50	36	14
5	4	1	3	15	12	3
			4	20	15	5
			5	25	18	7
			7	35	24	11
			10	50	33	17

Tabelle 4.1.

Anzahl der Messungen, der Unbekannten und der Überbestimmung aus verschiedenen Bodenpunkt- und Hubschrauberpunktanzahlen

5. Numerische Ergebnisse für HPS

Unsere Beispiele gründen sich auf Simulationsrechnungen, da wir leider nicht in der Lage sind, einen Hubschrauber mit der entsprechenden Ausstattung anzuschaffen. Die geometrische Situation ist in Fig. 5.1 dargestellt.



Figur 5.1. Prinzipielle Meßanordnung

Für alle Beispiele nehmen wir einen mittleren Fehler der Gewichtseinheit von

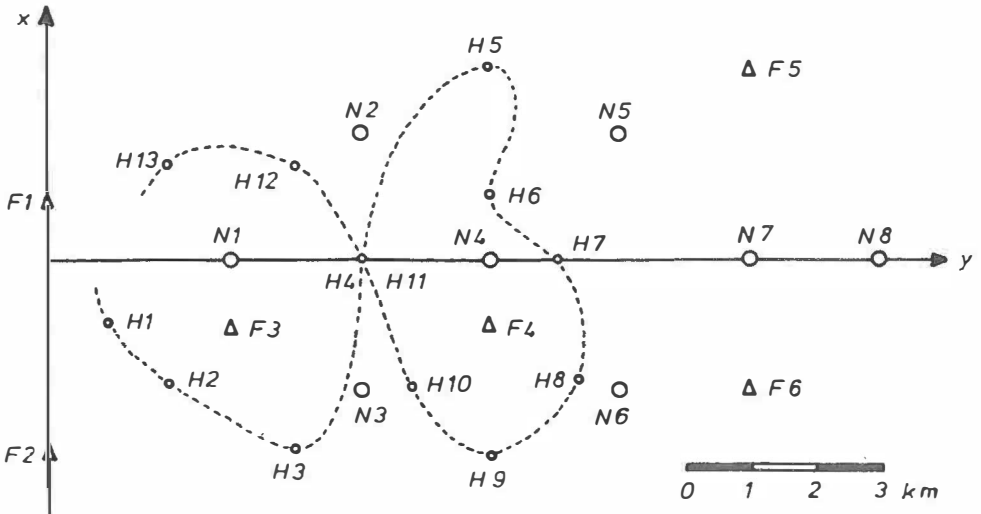
$$\sigma = \pm 1 \text{ Einheit} \tag{5-1}$$

an. Alle Ergebnisse erhalten wir dann ebenfalls in dieser Einheit. Aus der Phasenmessung können wir eine Genauigkeit von $\lambda/10$ bis $\lambda/100$ annehmen, das sind bei den verwendeten Trägerwellen 2 cm bis 2 mm. *Stansell et al. (1985)* geben sogar an, daß die Phase mit Submillimeter-Genauigkeit bestimmt werden kann.

Für die Neupunkte geben wir einen mittleren Punktlagefehler an und zwar in der Einheit, in der σ in (5-1) angenommen wurde. Dieses Fehlermaß entspricht im Vergleich zu GPS dem gerne verwendeten PDOP (Position Dilution Of Precision). Das Ergebnis für die Neupunkte, deren Konfiguration aus Fig. 5.2 ersichtlich ist, wird durch PDOP ausgedrückt und ist in der ersten Zeile der Tabelle 5.1 dargestellt:

N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8
2.57	3.28	3.56	2.98	3.22	5.67	5.18	6.69
	3.17	3.48				4.85	
	1.74	2.25				3.12	

Tabelle 5.1. PDOP für numerisch durchgerechnete Beispiele



Figur 5.2. Konfiguration für die numerisch gerechneten Testbeispiele

Diese Werte von Tabelle 5.1 wurden einzeln mit den Festpunkten F1, F2 und F5 und 7 Hub-schrauberpunkten gerechnet, also aus jeweils 28 Beobachtungen. Wenn wir zusätzliche Empfänger zur Verfügung haben, können wir auch mehrere Neupunkte gemeinsam, also aus einem Beobachtungsflug und einer Ausgleichung, gewinnen. Wir haben dies mit den Neupunkten N2, N3, N7 gemacht. Aus der gemeinsamen Ausgleichung bekommen wir die Werte der zweiten Zeile der Tab. 5.1, das sind geringfügig bessere Resultate als in der ersten Zeile.

Einer der Gründe dafür ist die größere Überbestimmung. Wir haben ja $n = 6$ Bodenpunkte, $p = 3$ Festpunkte und $m = 7$ Hubschrauberpunkte, daraus ergibt sich gemäß (4-4) eine Überbestimmung von 12 gegenüber 4 von vorher.

Bei einer Erhöhung der Zahl der Hubschrauberpunkte von 7 auf 13 ergeben sich wesentlich kleinere Fehler, die in der dritten Zeile von Tab. 5.1 angegeben sind.

Wir haben zahlreiche weitere Beispiele gerechnet. Wir verzichten darauf, die numerischen Ergebnisse zu bringen, geben aber die wesentlichsten Erkenntnisse aus den Beispielen an: Der Einfluß der Lage und der Anzahl der Festpunkte sowie die Anzahl der Hubschrauberpunkte sind wesentlich. Durch Steigerung der Hubschrauberpunkte von 7 auf 13 bekommen wir eine Genauigkeitssteigerung von fast 50%.

Wir haben die meisten Beispiele ein zweites Mal gerechnet, wobei wir einen Uhrenfehler für die Uhr im Hubschrauber angenommen haben. Diese Fälle wären dann relevant, wenn wir nach dem Beobachtungsflug den Zeitvergleich der Hubschrauberuhr mit der Referenzuhr nicht vornehmen wollten. Dann bekommen wir i. a. (jedoch nicht immer) eine Verschlechterung der Ergebnisse, die von Beispiel zu Beispiel verschieden ist. Der ungünstigste Fall trat beim Neupunkt N2 auf, hier wurde durch den Uhrenfehler der mittlere Punktlagefehler rund dreimal so groß. Bei dieser Art von Experimenten haben wir nur die Uhr im Hubschrauber als fehlerhaft angenommen, für die Uhren der Bodenstationen haben wir vorausgesetzt, daß der Zeitvergleich mit der Referenzuhr durchgeführt wurde.

Bemerkt sei, daß es aus technischen Gründen unter Umständen zweckmäßig sein könnte, den Sender am Boden und einen Transponder im Hubschrauber anzubringen.

6. Schlußbemerkungen

Die vorgestellten Ideen zu einem Hubschrauber-Positionierungs-System HPS ergeben ein Verfahren zur relativen Positionsbestimmung. Die Kombination von Phasenmessung und Entfernungsmessung zu einem Hubschrauber führen zu einem äußerst leistungsfähigen System, das bei geringem Meßaufwand sehr hohe Genauigkeit bringt. Aufgrund der beschränkten Flughöhe des Hubschraubers können nur beschränkte Basislinien gemessen werden.

Zu den wesentlichen Eigenschaften von HPS gehören die Möglichkeit des „Einblicks“ in das Gelände durch die Steuerung des Hubschraubers, die gute Erfassung der Troposphäre durch meteorologische Messungen auf den Bodenpunkten und im Hubschrauber, die Planung und Beeinflussung des gesamten Vermessungsverlaufs. Zudem kann beim HPS das Raumsegment, also der Hubschrauber, gesteuert werden. Die Bahndaten des Hubschraubers werden nicht benötigt. Allerdings sind als Ersatz für die Bahndaten grobe Entfernungsmessungen von den Bodenstationen zum Hubschrauber nötig. Pro Bodenstation und Hubschrauberflug muß mindestens einmal die Entfernung grob gemessen werden. Beispiele mit simulierten Daten zeigen die Leistungsfähigkeit des Hubschrauber-Positionierungs-Systems.

Schließlich weisen wir darauf hin, daß es naheliegend ist, GPS und HPS zu kombinieren. Somit bietet sich an, für große Basen mit GPS zu arbeiten und anschließend die Punktverdichtung mit HPS durchzuführen. Wenn wir in einem geodätischen „Neuland“ ein Festpunktfeld anlegen sollen, so bietet sich an, mit GPS die Triangulation 1. Ordnung durchzuführen, die Verdichtung zur 2. Ordnung und zu weiteren Ordnungen sollte dann mit HPS durchgeführt werden.

Dank

Wir sind Herrn *Dr. H. Lichtenegger* für zahlreiche Ratschläge und Diskussionen Dank schuldig und sprechen diesen Dank gerne aus.

Literatur

- [1] *Ashkenazi, V.; Agrotis, L. G.; Yau, J. (1985):* GPS interferometric phase algorithms. Proceedings of the First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System. Rockville, Maryland, April 15–19, 1985, Seiten 299–313.
- [2] *Fell, P. J. (1980):* Geodetic positioning using a global positioning system of satellites. Department of Geodetic Science. Ohio State University. Report No. 299, XVII + 279 Seiten.
- [3] *Goad, C. C. (1986):* Precise positioning with the GPS. Presented Paper at the Seminar on Applied Geodesy for Particle Accelerators. Genf, April 14–18, 1986.
- [4] *Herrmann, J. (1973):* dtv-Atlas zur Astronomie. Deutscher Taschenbuch Verlag München. 287 Seiten.
- [5] *Korth, W. (1985):* Satellitensysteme zur regionalen operativen Anwendung der Satellitenbasisinterferometrie. Vermessungstechnik 3, 1985, Seiten 91–93.
- [6] *Lilienblum, H. (1985):* Systemkonzeption und Geräteentwicklungen moderner kosmisch-geodätischer Meßverfahren. Vermessungstechnik 8, 1985, Seiten 279–281.
- [7] *Lindlohr, W.; Wells, D. (1985):* GPS design using undifferenced carrier beat phase observations. Manuscripta geodaetica, vol. 10, Seiten 255–295.
- [8] *Maniatis, A.; Campbell, J.; Müller, A.; Schuh, H.; Seeger, H. (1987):* Zur Auswertung von geodätischen GPS-Beobachtungen. Allgemeine Vermessungsnachrichten, 1/1987, Seiten 9–19.
- [9] *Mueller, I. I.; Reilly, J. P.; Schwarz, C. R.; Blaha, G. (1970):* SECOR observations in the Pacific. Department of Geodetic Science. Ohio State University. Report No. 140, 38 Seiten.
- [10] *Reigber, C. (1984):* Geodätische Aktivitäten im Bundesministerium für Forschung und Technologie und das Erdbeobachtungsprogramm der European Space Agency. In A. Schödlbauer und W. Welsch (Hrsg.): Satelliten-Doppler-Messungen. Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25. September 1984. Schriftenreihe der Universität der Bundeswehr München, Bd. 15, Seiten 369–383.
- [11] *Remondi, B. W. (1985):* Global Positioning System carrier phase: description and use. US Department of Commerce. NOAA Technical Memorandum NOS NGS-42.
- [12] *Stansell, T. A.; Chamberlain, S. M.; Brunner, F. K. (1985):* The first Wild-Magnavox GPS satellite surveying equipment: WM 101. In W. M. Welsch und L. A. Lapine (Hrsg.): Proceedings of the Joint Meeting of FIG Study Groups 5B und 5C on Inertial, Doppler and GPS Measurements for National and Engineering Surveys. München, 1.–3. Juli 1985. Schriftenreihe der Universität der Bundeswehr München, Bd. 20–2, Seiten 503–523.
- [13] *Wilmes, H.; Kaniuth, K. (1985):* Baseline determination in geodetic first order networks – a comparison of GPS results with ERS-1 and POPSAT simulations. Proceedings of the First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System. Rockville, Maryland, April 15–19, 1985, Seiten 533–542.

Manuskript eingelangt im Juni 1987.