

Paper-ID: VGI\_198906



## Bedarf das Newton'sche Gravitationsgesetz einer Revision?

Kurt Bretterbauer <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Technische Universität Wien, Institut für Höhere Geodäsie und Geophysik, Abteilung Höhere Geodäsie, Gußhausstraße 27-29, A-1040 Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **77** (2), S. 92–97

1989

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Bretterbauer_VGI_198906,  
Title = {Bedarf das Newton'sche Gravitationsgesetz einer Revision?},  
Author = {Bretterbauer, Kurt},  
Journal = {{{"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen und  
Photogrammetrie},  
Pages = {92--97},  
Number = {2},  
Year = {1989},  
Volume = {77}  
}
```



## Bedarf das Newton'sche Gravitationsgesetz einer Revision?

Von K. Bretterbauer, Wien

### Zusammenfassung

In den letzten Jahren wird von theoretischen Physikern die mögliche Existenz einer fünften Naturkraft angenommen, und auch Beobachtungen deuten auf Abweichungen vom Newton'schen Gravitationsgesetz. Nach einer Darstellung des Problems wird diskutiert, ob und wie die Geodäsie zu dessen Lösung beitragen kann.

### Abstract

Since some years the possible existence of a fifth natural force is presumed by theoretical physicists, and observations also indicate deviations from Newton's gravitational law. After a presentation of the principal problem the question is discussed if and how geodesy may contribute to the solution of that problem.

### 1. Vorbemerkung

Zur Durchführung und Beschreibung der allermeisten technischen Anwendungen bietet die klassische Mechanik auch heute noch ein ausreichend genaues Modell. Dieses beruht im wesentlichen auf den drei Axiomen von Newton und seinem Gravitationsgesetz (im folgenden nur NGG). Im zweiten Axiom, dem Bewegungsgesetz definiert Newton den Begriff einer Kraft **K** als jene Größe, die einer (trägen) Masse *m* eine Beschleunigung **b** erteilt. Im NGG wiederum wird eine universelle Kraft **A** definiert, mit der zwei (schwere) Massen einander proportional ihrem Produkt und umgekehrt proportional dem Quadrat ihres Abstandes anziehen. Der Proportionalitätsfaktor heißt Gravitationskonstante *G*:

$$\mathbf{K} = m \cdot \mathbf{b}; \quad \mathbf{A} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \mathbf{r}_0 \quad (1)$$

Es ist nicht von vornherein klar, ob „träge“ und „schwere“ Masse ein und denselben Begriff darstellen. Denn die träge Masse ist mit Bewegung gekoppelt, also eine kinematische Größe. Die schwere Masse dagegen muß als eine Art Ladung begriffen werden. Analog zur elektromagnetischen Kraft, die proportional der elektrischen Ladung ist, wirkt die Gravitation auf einen Körper proportional zu dessen schwerer Masse, und sogar nach dem gleichen Abstandsgesetz. Durch Experimente, die mit immer höherer Genauigkeit von I. Newton, F.W. Bessel, R. v. Eötvös, R. H. Dicke (1962) und V. B. Braginsky (1971) ausgeführt wurden, konnte die Konstanz des Verhältnisses von schwerer und träger Masse unabhängig von der stofflichen Zusammensetzung nachgewiesen werden (= Äquivalenzprinzip). A. Einstein (1915) hat dieses konstante Verhältnis zur Identität erhoben und zum Ausgangspunkt der Allgemeinen Relativitätstheorie gemacht. Er konnte dies aus der Überlegung folgern, daß ein Beobachter in einem (kleinen) Laboratorium durch keinerlei Messungen entscheiden kann, ob sein Laboratorium einer gleichförmig beschleunigten Bewegung, oder einem (homogenen) Gravitationsfeld unterliegt.

Die folgenden Betrachtungen erfordern einige Bemerkungen zur Gravitationskonstante. In Newton's Werk taucht *G* nicht auf. Erst in C. F. Gauß' astronomischem Hauptwerk („Theoria motus corporum coelestium . . .“, 1809) tritt eine Konstante *k* auf. Sie ist der Proportionalitätsfaktor im 3. Kepler-Gesetz für verschwindend kleine Planetenmasse. Indem Gauß als Masseneinheit die Sonnenmasse, als Längeneinheit die halbe große Erdachse gewählt hat, blieb als einzige Beobachtungsgröße die Umlaufperiode der Erde. Diese kann sehr genau in Einheiten des mittleren Sonnentages gemessen werden. Deshalb ist die „Gauß'sche Konstante *k*“ mit hoher Genauigkeit bekannt ( $k = 0,01720209895$ ).

Ganz anders liegen die Verhältnisse bei der Konstanten G. Ihre Maßzahl hängt von unserem Einheitensystem ab und hat mit der aus praktischen Erwägungen heraus erfolgten Wahl von 1 l Wasser als Masseneinheit (= 1 kg) zu tun. Eine Umrechnung von kin G wäre nur möglich bei Kenntnis der Sonnenmasse in kg.

Die Bestimmung von G muß im Laboratorium mit Hilfe von Torsionswaagen und genau definierten Testmassen erfolgen, ist äußerst schwierig und relativ ungenau. Die letzten Werte stammen von Luther und Towler (1982):

$$G = (6.6726 \pm 0.0005) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}, \tag{2}$$

bzw. von Miljukow (1985):

$$G = (6.6745 \pm 0.0008) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}. \tag{3}$$

### 2. Das gegenwärtige Problem

Durch zwei Jahrhunderte haben Beobachtungen im Rahmen ihrer Meßgenauigkeit die Gültigkeit der Newton'schen Mechanik glänzend bestätigt. Phänomene wie die Bewegung von Planeten, Monden und Kometen, Präzession der Erdachse, die Gezeiten, die Fallbewegung auf der Erde u.v.a. können mit hoher Präzision beschrieben werden mit einer einzigen Ausnahme, der Periheldrehung der inneren Planeten. Die beobachteten Werte sind nur geringfügig größer als von der Newton'schen Mechanik vorhergesagt. Der Rest wurde erst durch die Allgemeine Relativitätstheorie erklärt. Ansonsten aber genügen selbst für hohe Ansprüche kleine Korrekturen an der Newton'sche Theorie.

Weshalb soll dann eine Revision des NGG notwendig sein? Einerseits deuten Drehwaagen- und Gravimetermessungen auf Abweichung vom NGG, andererseits bemühen sich theoretische Physiker seit vielen Jahren um eine einheitliche Theorie aller Kräfte des Mikro- und des Makrokosmos. Das Unterfangen war bisher erfolglos, deutet aber immer wieder auf die Existenz einer 5. Kraft neben den bisher bekannten Kräften, und liefert auch Hinweise auf Gravitationseffekte, die das Äquivalenzprinzip verletzen. Sollte die Existenz der 5. Kraft gesichert werden können, hätte das tiefe Auswirkungen auf unser physikalisches Weltbild. Deshalb muß das Problem jeden Naturwissenschaftler interessieren. Vorweggenommen sei, daß die Himmelsmechanik und die praktische Geodäsie davon nicht berührt würden. Unsere Vorstellungen über den inneren Aufbau der Himmelskörper und damit auch der Erde müßten wir allerdings revidieren.

Die Gesamtstruktur unseres Universums (Mikro- und Makrowelt) wird von vier Naturkräften bestimmt: Die starke und die schwache Wechselwirkung, die elektromagnetische Wechselwirkung und die Gravitationswirkung. Nach der klassischen relativistischen Theorie werden Energie und Impuls durch ein Feld übertragen. Nach der Quantenmechanik kommen Energie und Impuls in diskreten Einheiten – eben Quanten – vor, die man als Elementarteilchen ansehen kann. In der Quantentheorie wird die Wirkung von Kräften durch Austausch solcher Teilchen hervorgerufen.

Betrachtet man nun diese vier Naturkräfte, erkennt man ihre außerordentlich verschiedenen Stärken und Reichweiten, wie die Tabelle zeigt:

Wechselwirkung	starke	elektromagn.	schwache	Gravitation
Stärke	1	1/137	$1 \cdot 10^{-14}$	$1 \cdot 10^{-40}$
Reichweite (m)	$(0.1-1) \cdot 10^{-15}$	$\infty$	$\ll 1 \cdot 10^{-16}$	$\infty$

Die Gravitation ist die mysteriöseste Kraft. Obwohl jede Materie der Gravitation unterliegt, zeigt sie keinen beobachtbaren Quanteneffekt. Sie ist so schwach, daß sie im subatomaren Bereich keinerlei Rolle spielt, andererseits ist sie die Ursache der Bewegungen der Himmelskörper. Sie hat kumulative Wirkung und es gibt keine negative Gravitationsladung (d. h. keine abstoßenden Massen). Sie läßt sich nicht abschirmen und es kann keine Ausbreitungsgeschwindigkeit festgestellt werden. Die elektromagnetischen Kräfte dagegen sind ungeheuer stärker und haben ebenfalls unendliche Reichweite. Aber aus irgendeinem Grund existieren in großen Massenansammlungen, wie Sterne und Planeten, fast gleich viele positive und negative Ladungen, die einander nahezu egalalisieren. Die restliche elektromagnetische Wechselwirkung erreicht uns in Form von Licht und Radiowellen als Quelle von Energie oder Information. Somit ist die Gravitation die beherrschende Kraft im astronomischen Maßstab.

Die Gravitation wurde bisher am schönsten und umfassendsten durch Einstein in der Allgemeinen Relativitätstheorie (Stephani, 1982) beschrieben. Darin macht sich ein Gravitationsfeld bemerkbar, indem es die Krümmung des Raum-Zeit-Kontinuums beeinflusst. Diese bestimmt ihrerseits die Bewegungen der materiellen Objekte und schreibt das Verhalten von Uhren und Maßstäben vor. Damit aber wurde die Gravitation geometrisiert und von den übrigen Naturkräften abgesondert. Versuche, eine Quantentheorie der Gravitation aufzustellen, ähnlich der so erfolgreichen Quantentheorie der elektromagnetischen Felder, sind bisher gescheitert. Eine Quantenversion der Allgemeinen Relativitätstheorie ist mathematisch voll innerer Widersprüche.

### 3. Experimentelle Ergebnisse

Eine einheitliche Quantentheorie aller Naturkräfte könnte bei Einführung einer 5. Kraft gelingen. Diese wäre eine schwache abstoßende Kraft mit einem Wirkungsbereich von einigen hundert Meter. Die Vermittlung dieser Kraft könnte durch die sogenannten Baryonen erfolgen. Baryonen wurden von I. Yukawa (1935) beim Versuch eingeführt, die starke Wechselwirkung durch eine Quantentheorie zu erklären. Baryonen, zu denen die Protonen und Neutronen gehören, sind schwere Elementarteilchen mit Ruhmassen von rund 1200 MeV und sind durch den Spin 1/2 ausgezeichnet. Der Spin ist eine Eigenschaft aller Teilchen, die deren Rotationszustand beschreibt. Der Spin tritt nur quantisiert auf, d. h. er nimmt nur Werte an, die das ganze oder halbzahlige Vielfache der Planck'schen Konstanten  $h/2\pi$  betragen. (Näheres dazu findet man in dem ausgezeichneten, allgemein verständlichen, dennoch nicht seichten Buch von Davies).

In Experimenten sind nun zwei Effekte zu beachten: Die Abhängigkeit der eventuellen 5. Kraft von der Baryonenzahl (also von der stofflichen Zusammensetzung) und von der Entfernung. Die Ergebnisse hinsichtlich der stofflichen Zusammensetzung sind sehr widersprüchlich (Greenwell, 1987). Einige Drehwagenmessungen mit unterschiedlichen Materialien (Aluminium, Beryllium, Kupfer) scheinen die Hypothese zu bestätigen, andere auszuschließen. Es ist extrem schwierig, solche Messungen frei von systematischen Fehlern zu halten. Mit dem Freifall-Absolutgravimeter von Faller konnte kein Effekt festgestellt werden.

Die Entfernungsabhängigkeit der 5. Kraft läßt sich einfach durch ein Korrekturglied an die Gravitationskonstante modellieren (Groten, 1988). Man geht dabei von einem Ausdruck für das Gravitationspotential in der Form

$$V = \frac{G_{\infty} \cdot m}{r} [1 + \alpha \cdot \exp(-r/\lambda)] \quad (4)$$

aus. Das exponentielle Korrekturglied wird Yukawa-Term genannt.  $G_{\infty}$  steht für den Wert der Gravitationskonstanten jenseits des Bereiches der 5. Kraft.  $\alpha$  ist ein Amplitudenterm,  $\lambda$  ein Abstandsparameter von der Größenordnung 100 m. Die Ableitung von  $V$  gibt die Gravitationskraft. Das revidierte NGG lautet dann:

$$\mathbf{A} = -G(r) \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \mathbf{r}_0, \tag{5}$$

mit  $G(r) = G_\infty [1 + \alpha (1 + r/\lambda) \cdot \exp(-r/\lambda)] \cdot$  (6)

Für Laborbedingungen gilt sodann mit  $r \ll \lambda$  :

$$G_0 = G_\infty (1 + \alpha) = 6.6726 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}, \tag{7}$$

wenn man den Wert (2) akzeptiert.

#### 4. Geodätische Beiträge

Die deutlichsten Hinweise auf Abweichungen vom NGG ergaben Gravimetermessungen von Geodäten und Geophysikern. Die größte Schwierigkeit bei Labortests ist ja die Herstellung einer möglichst großen wohldefinierten Probemasse. Weit größere Probemassen bilden z. B. Wasserreservoirs, Schleusen oder Docks, deren Schwerewirkung nach der Füllung mit konventionellen Gravimetern gemessen werden kann. Belastungseffekte und die beschränkte Meßgenauigkeit vereiteln eine exakte Bestimmung von  $\alpha$  und  $\lambda$ . Mit den sogenannten supraleitenden Gravimetern erreicht man zwar bedeutend höhere relative Genauigkeiten, doch scheitert ihr Einsatz für das vorliegende Problem an der notwendigen Kalibrierung, die wiederum mit kleinen, an das Gravimeter heranzubringenden Probemassen erfolgt.

Die größte und unmittelbar zur Verfügung stehende Probemasse ist die Erde selbst. Mißt man die Schwere auf Türmen, in Bergwerksschächten oder Bohrlöchern und vergleicht sie mit entsprechenden extrapolierten Werten, so können die Parameter  $\alpha$  und  $\lambda$  prinzipiell bestimmt werden. Wieder sind die Ergebnisse widersprüchlich. Werte für  $\alpha$  rangieren zwischen (Groten, 1988):

$$- 0.012 \leq \alpha \leq 0.036;$$

es ist also nicht einmal das Vorzeichen gesichert.

Eine der eindrucksvollsten, sehr sorgfältig ausgeführten Arbeiten dieser Art wurde kürzlich beim Ron-Mather-Symposium on Four Dimensional Geodesy an der University of N.S.W., Australien, vorgestellt (Lazarewicz et al., 1989). Dabei wurden auf einem 600 m hohen Fernsehturm in North Carolina Gravimetermessungen durchgeführt und mit den aus Bodenmessungen hochgerechneten Schwerewerten verglichen. Das erstaunliche Ergebnis lautet:

$$G_\infty = (6.52 \pm 0.01) \cdot 10^{-11} \cdot \text{m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}; \alpha = 0.017, \lambda = 229 \text{ m.} \tag{8}$$

Es stellt sich hier die Frage, ob eine unabhängige Überprüfung von  $G_\infty$  möglich ist. Dies könnte so geschehen: Wir kennen das Produkt GE (E = Erdmasse) sehr genau aus der Beobachtung von Satelliten und Raumsonden:

$$GE = 3.986005 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} = G_\infty E, \tag{9}$$

da dieser Wert ja weit außerhalb des Bereiches der 5. Kraft bestimmt wurde. Andererseits kann GE aus rein terrestrischen Messungen gewonnen werden, und zwar durch Verknüpfung des Integralsatzes von Gauß mit der erweiterten Gleichung von Poisson (Pick et al., 1973). für jede geschlossene Fläche (z. B. die physische Erdoberfläche) mit dem Volumen  $\tau$ , der Oberfläche  $\sigma$  und der Normalenrichtung  $n$  gilt nach Gauß:

$$\int \int \int_{\tau} \Delta W = \int \int_{\sigma} \frac{\partial W}{\partial n} d\sigma, \quad (10)$$

( $W$  = Kräftefunktion der Erde,  $\Delta$  = Laplace-Operator).

Die erweiterte Poisson-Gleichung liefert:

$$\Delta W = -4\pi G_0 \rho + 2\omega^2 \quad (11)$$

( $\omega$  = Winkelgeschwindigkeit,  $\rho$  = Dichte).

Damit folgt aus (10) und (11):

$$GE = \frac{1}{4\pi} \int \int_{\sigma} \frac{\partial W}{\partial n} d\sigma + \frac{\omega^2}{2\pi} \tau = G_0 E \cdot \quad (12)$$

$\partial W/\partial n$  ist meßbar und stellt in Strenge die Komponente der Schwere in Richtung der Normalen auf die geschlossene Fläche (d.i. die physische Erdoberfläche) dar, das Integral ist prinzipiell auswertbar, womit  $G_0 E$  gewonnen wäre. Bildet man nun den Quotienten  $G_0 E/G_{\infty} E$  so fällt die unbekannte Erdmasse heraus. Sollte der Wert (8) Realität besitzen, müßte der Wert des Quotienten signifikant größer als 1 sein:

$$G_0 E/G_{\infty} E > 1. \quad (13)$$

(In Strenge beinhaltet (9) die Masse der Atmosphäre, (12) aber nicht; diese ist jedoch nur  $1 \cdot 10^{-6}$  der Erdmasse und kann vernachlässigt werden).

Allerdings gibt es auch hier Schwierigkeiten. Wohl existiert ein großes Datenmaterial an gemessenen Schwerewerten. Diese beziehen sich aber auf die Normalenrichtung der Niveauflächen, welche im allgemeinen nicht mit der Geländeoberfläche zusammenfallen. Nimmt man dagegen die reinen Meßwerte, so beziehen sie sich – weil in verschiedenen Höhen gemessen – auf keine geschlossene Fläche. Gerade dort aber, wo dieses Problem nicht existiert, auf den Meeren, liegen wieder nur wenige Schweremessungen vor.

Eine Untersuchung zu diesem Problem soll am Institut für Theoretische Geodäsie und Geophysik der TU Wien durchgeführt werden.

An sich wäre noch eine mögliche Zeitabhängigkeit der Gravitationskonstanten wie sie von Dirac (1937, 1979) postuliert wurde, zu diskutieren. Diese dürfte aber, wenn überhaupt existent, nur (Lambeck, 1974)

$$\dot{G}/G = -2.4 \cdot 10^{-11}/\text{Jahr}$$

betragen, und sei deshalb hier übergangen.

Im übrigen erscheint es sinnvoll, die Gravitationskonstante in Hinkunft „Gravitationsparameter“ zu nennen.

### Literatur

- Bjerhammar, A.:* Newtonian and Relativistic Geodesy. In: Festschrift to Torben Krarup, Geodätisches Institut Kopenhagen, 1989.
- Davies, P.C.W.:* The Forces of Nature. Cambridge Univ. Press, 1979
- Dirac, P. A. M.:* The Cosmological Constants. Nature 139, S. 323, 1937, Cosmological Models and the Large Number Hypothesis. Proc. Roy. Soc., A 338, S. 439, London 1974
- Goldman, J. et al.:* Schwerkraft und Antimaterie, Spektrum der Wissenschaft S. 98, Mai 1988
- Greenwell, G.:* Force of a Different Colour. Scientific American, Dez. 1987, S. 17
- Groten, E.:* Simulation for Studying the Yukawa-Term. ZfV 8/1988, S. 366
- Lambeck, K.:* The History of the Earth's Rotation. In The Earth (Ed. McElhinny), Academic Press, 1979
- Lazarewicz, A. R. et al.:* Experimental Evidence for a Violation of Newton's Inverse Square Law of Gravitation. Rcn-Mather-Symposium, 1989, to be published in Lecture Notes by Springer, Berlin.
- Luther, G. G.; Towler, W. R.:* Phys. Rev. Lett. Vol. 48, p. 121, 1982
- Miljukow, W. K.:* Sowjet-Journal für Experimentelle und Theoretische Physik, Bd. 88, S. 321, 1985
- Pick, M. et al.:* Theory of the Earth's Gravity Field, Elsevier, Amsterdam, 1973.
- Stephani, H.:* General Relativity. Cambridge Univ. Press, 1982

Manuskript eingelangt im Mai 1989

## Mitteilungen

### Technische Universität Wien

*Dipl.-Ing. Guangping He* wurde am 17. März 1989 in der Technisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät mit der Dissertation „Bildverbesserung mittels digitaler Filterung“ zum Dr.-techn. promoviert.

Referent: *Prof. Dr. K. Kraus*

Koreferent: *Prof. Dr. K. Kahmen.*

#### Autorreferat:

Die digitale Bildverarbeitung, die die Menschen bei der Interpretation der Bildinformation unterstützt, hat sich in den letzten Jahren zu einer eigenen wissenschaftlichen Disziplin entwickelt. Zu diesem Gebiet gehört die digitale Filterung, die dazu dient, Erwünschtes von Unerwünschtem zu trennen.

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit dieser digitalen Filterung. Sie wird dafür eingesetzt, ein an Qualität schlechtes Bild zu verbessern. Es werden die Typen der Filterung, der Zusammenhang zwischen Filtermatrix und Übertragungsfunktion sowie der Entwurf der Filtermatrix behandelt. Allgemeine Umwandlungsformeln zwischen Filtermatrix und der Übertragungsfunktion werden angegeben. Zusätzlich wird eine Methode abgeleitet, mit der die Genauigkeit der linearen bzw. bilinearen Interpolation an jeder interpolierten Stelle beurteilt werden kann. Bekanntlich werden die Grauwerte eines Bildes bei der Abtastung verzerrt. Für die Korrektur dieser Verzerrung werden die passenden Filtermatrizen angegeben. Mit anderen Filtermatrizen werden die Grauwertverzerrungen zufolge Überlappung bzw. Klaffung bei der Abtastung korrigiert. Da es eine ganze Reihe von Ursachen für Grauwertverzerrungen gibt, die sich an unterschiedlichen Bildstellen verschieden auswirken, muß auch die Filterung fallweise ortsvariant angewendet werden. Dafür wird am Ende der Arbeit eine Methode angegeben, die ein zum Bild kongruentes Steuerbild (DKM, digitales Kontrollmodell) verwendet, dessen Grauwerte die Zeiger zu den individuellen Filtermatrizen bilden.

Die Dissertation erscheint als Heft Nr. 31 der Geowissenschaftlichen Mitteilungen der Studienrichtung Vermessungswesen der Technischen Universität Wien.