



## Lokale Geoidbestimmung in Ungarn Konzeption und Stand

Margit Bölcsvölgyi-Bán <sup>1</sup>, Ambrus Kenyeres <sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Universität für Forstwesen und Holzindustrie; Fakultät für Vermessungswesen und Flurbereinigung, 1-3. Pirosalma ut, H-8002 Szekesfehervar*

<sup>2</sup> *Institut für Geodäsie, Kartographie und Fernerkundung, Observatorium für Satellitengeodäsie, Penc, Ungarn*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **77** (4), S. 159–178

1989

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Boelcsvoelgyi-Ban_VGI_198911,  
Title = {Lokale Geoidbestimmung in Ungarn Konzeption und Stand},  
Author = {B{"o}lcsv{"o}lgyi-B{'a}n, Margit and Kenyeres, Ambrus},  
Journal = {{{"O}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen und  
Photogrammetrie},  
Pages = {159--178},  
Number = {4},  
Year = {1989},  
Volume = {77}  
}
```



## Lokale Geoidbestimmung in Ungarn Konzeption und Stand

von Margit Bölcsvölgyi-Bán, Székesfehérvár  
und  
Ambrus Kenyeres, Pénc

### Zusammenfassung

Nach einem historischen Abriß und der daran anschließenden Problemstellung der ungarischen Geoidbestimmung wird die Datensammlung vorgestellt. Die Berechnungsstrategie des EÖTR-Geoids, die aus einer Kombination mehrerer voneinander unabhängiger Datensätze besteht, wird präsentiert. Dazu wird die Methode des astrogravimetrischen Nivellements nach Molodensky gewählt. Bei der Berechnung werden neben den astrogeodätischen und den gravimetrischen Daten auch Potentialkoeffizienten aus einem Erdmodell einbezogen. Die gemeinsame Auswertung heterogener Daten wird im genähert geozentrisch gelagerten System GRS80 durchgeführt. Schließlich wird die Ausgleichung des astrogravimetrischen Nivellementnetzes mit verschiedener Datumswahl behandelt. Bisher gibt es keine Ergebnisse, nur die Datensammlung und die Herstellung der Computerprogramme sind im Gange.

### Abstract

After a short historical summary the data input and the strategy of the New Hungarian Geoid Determination are presented. The chosen method was the modified Molodensky's astrogravimetric levelling where a combination of the local astrogeodetic data, gravimetric data and a global high degree harmonic series expansion of the Earth's gravity potential have been used. The common evaluation of the heterogeneous data is referenced to the geocentric coordinate system with GRS80. Finally the adjustment of the astrogravimetric levelling network with different datum choices is treated. The data base and the computer programs are under development.

### 1. Geschichte des Geoids in Ungarn

Nach dem 2. Weltkrieg, in dem das geodätische Netz in Ungarn auf Grund des Verlorengehens seines Datenmaterials und seiner Dokumentation vernichtet worden war, wurde 1948 mit der Neutriangulierung des Landes im Rahmen des Staatlichen Vermessungswesens begonnen. *Homoródi* führte nicht nur diese großangelegte Feldarbeit, sondern auch die wissenschaftlichen Forschungen durch, die zur Neutriangulierung als theoretische Basis dienten. In dieser Zeit stellte *Homoródi* einen erstmaligen Versuch in Ungarn an, ein astrogeodätisches Geoid zur Untersuchung der exakten Reduzierung der Basismessungen auf das internationale Hayford-Ellipsoid zu bestimmen und eine Analyse der Datumswahl des Netzes 1. Ordnung vorzunehmen (*Homoródi, 1951*).

*Homoródi*s astrogeodätische Geoidbestimmung beschränkte sich wegen der in sehr geringer Zahl zur Verfügung stehenden Lotabweichungspunkte innerhalb und außerhalb Ungarns nur auf den Nord-Westteil Transdanubiens. Dabei wurden sechs Profile für Meridiane zwischen 16°20' und 18°50' sowie vier Profile für Parallelkreise zwischen 46°40' und 47°40' bestimmt. Außerdem ermittelte *Homoródi* die gravimetrische Lotabweichung des damaligen Datumspunktes „Erdőhegy“, um die sogenannte „absolute Orientierung“

des neuen ungarischen Netzes festzustellen. Es ist zu bemerken, daß Homoródi's Bestrebungen und Ergebnisse bei der Geoid- und Datumparameterbestimmung in der Netzausgleichung keine Anwendung fanden, weil die Datenverarbeitung 1952-1958 im einheitlichen militär-geodätischen System der sozialistischen Länder durchgeführt wurde.

Der Geoidbestimmung von Homoródi folgte eine etwa 10 Jahre lange Pause. Erst danach, 1962 begann die Geoidbestimmung durch Gázsó et. al. im Rahmen der militär-geodätischen Zusammenarbeit der sozialistischen Länder. Diese Aufgabe wurde nach der von den Mitarbeitern der Moskauer CNII GAIK entwickelten Vorschrift in den folgenden Phasen durchgeführt (Gázsó u. Taraszova, 1984):

- 1962 gravimetrische Lotabweichungsbestimmung auf 100 Netzpunkten,
- 1969 astrogeodätische Geoidbestimmung,
- 1976 Neubestimmung des astrogeodätischen Geoids,
- 1978 astrogravimetrische Quasigeoidbestimmung,
- 1980 Neubestimmung des astrogravimetrischen Quasigeoids.

Während dieser Zeit wurde keine unabhängige Geoidberechnung für die Zivilpraxis angelegt. Das kann dadurch erklärt werden, daß die Verwirklichung des astrogeodätischen Netzes 1. Ordnung mit „Hungarian Datum: HD72“ im Rahmen des von Joó begründeten *Einheitlichen Nationalen Kartensystems*, auf ungarisch EOTR, mittels Umrechnung durchgeführt wurde, es bedurfte keiner Geoidhöhen im System HD72.

## 2. Zielsetzung und Problemstellung

Erst Anfang 1986 wurde in Ungarn mit der sogenannten zivilen EOTR-Geoidbestimmung begonnen. Als ein Vorstudium dazu kann das Projekt für die Neuausgleichung des EOTR-Hauptlagenetzes im Auftrage des Landesamtes für Boden- und Kartenwesen des Ministeriums für Landwirtschaft und Ernährung betrachtet werden. Im Rahmen des Projekts wurde 1983-1984 im Observatorium für Satellitengeodäsie zu Pénc des Instituts für Geodäsie, Kartographie und Fernerkundung<sup>1</sup> im Konzept mit Alternativen der Neu- bzw. Diagnoseausgleichung der terrestrischen und Satelliten-Doppler-Messungen des EOTR-Hauptlagenetzes in mehreren Phasen von *Bölcsvölgyi-B.* (1983, 1984a, c) ausgearbeitet.

Obwohl dieses Konzept ab 1985 vom Landesamt für Boden- und Kartenwesen angenommen wurde, besteht heute die Möglichkeit seiner Verwirklichung jedoch nur für die beiden kleineren Teile: für die Schaffung der Datenbasis des Netzes und für die Geoidbestimmung. Auch diese werden aber nur sehr zögernd in Angriff genommen.

So ist es heutigentags selbstverständlich, die Frage zu stellen: Welche Bedeutung hat das Geoid noch für die Landesvermessung in Ungarn, wenn wir bisher keine Neuausgleichung des Hauptlagenetzes vorgenommen haben und andererseits das satellitennutzende GPS-Vermessungssystem vor unserer Tür steht. Weil ein Termin für die gewaltige Umwälzung unserer bisherigen Vermessungspraxis kaum vorherzusagen ist, dürften wir momentan auf das EOTR-Geoid zugunsten eines GPS-Geoids noch nicht verzichten. Aus diesem Grund geben wir im folgenden einen Überblick über die lokale astrogravimetrische Geoidbestimmung für die praktische Landesvermessung in Ungarn.

Bevor wir nach dieser etwas langen Einleitung zu unserem eigentlichen Thema übergehen, wollen wir noch einige Bemerkungen über unsere Bestrebungen anführen. Wir möchten vor allem festlegen, daß bei unserer Zielsetzung für die EOTR-Geoidbestimmung das Wissenschaftliche nicht im Vordergrund steht. Wir befinden uns nämlich in Ungarn in

<sup>1</sup> ung. Abk.: FÖMI-KGO

einem merklichen Rückstand, der zuerst nachgeholt werden muß. Hier sei er im folgenden kurz skizziert:

– Beim Start hatten wir keine Computerprogramme und keine Erfahrungen zur digitalen Geoidberechnung. Unsere früheren Arbeiten wurden ausschließlich graphisch durchgeführt

– Die ungarischen Eingabedaten stehen unter strikter Geheimhaltung und gehören darüber hinaus verschiedenen Behörden an, was sowohl den Datentransport, als auch die Zusammenarbeit furchtbar erschwert. Bis jetzt ist es noch nicht klar, mit welcher Qualifizierung die Outputdaten versehen werden. Wir hoffen darauf, daß die offene Qualifizierung in naher Zukunft realisiert werden kann, sonst hätte unsere Geoidbestimmung keinen rechten Sinn. Ob der Anschluß des EOTR-Geoids an das der Nachbarländer, in erster Linie an das von Österreich zustande kommt, oder nicht, kann man zur Zeit noch nicht richtig einschätzen.

– Für die praktische Geoidbestimmung steht uns ein ungeeignetes Datenmaterial zur Verfügung. Die Zahl und die Verteilung der astrogeodätischen Lotabweichungen sind zur Zeit noch ungenügend. Wir haben keine terrestrischen Schweredaten aus zuverlässigen Quellen ausserhalb unseres Landes. In Ungarn sind kein digitales Gelände modell und kein Dichtemodell vorhanden.

### 3. Datenübersicht

Die Bestimmung des EOTR-Geoids ist am FÖMI-KGO im Gange. Für die Berechnung verwenden wir als Eingabedaten:

- 1) 118 astrogeodätische Lotabweichungen,
- 2) ca. 120 000 Punktschwerewerte in Form von Freiluftanomalien,
- 3) mittlere Freiluftanomalien von Arnold in 20' x 30' Kompartimenten, zwischen  $40^\circ \leq \varphi \leq 48^\circ$  und  $12^\circ \leq \lambda \leq 30^\circ$
- 4) Bougueranomalienkarte von Senftl für Österreich, Isolinienintervall von 5 mgal
- 5) mittlere Freiluftanomalien für Tschechoslowakei in 5' x 7,5' Kompartimenten,
- 6) ca. 300 mittlere Freiluftanomalien entlang der rumänischen Landesgrenze in 5' x 7,5' Kompartimenten,
- 7) für 24 Punkte Dopplerdaten,
- 8) GPM2 oder OSU86 Erdmodell in Form von Kugelfunktionskoeffizienten

#### 3.1 Astrogeodätische Messungen

Wie in Abbildung (1) eingetragen, liegen uns 118 Astropunkte des EOTR-Hauptlagentetzes vor. Die astronomischen Beobachtungen wurden in insgesamt fünf verschiedenen Messungskampagnen in den Jahren 1949 bis 1986 durchgeführt. Dabei wurden die astronomischen Breiten- und Längenbestimmungen hoher Genauigkeit bis 1980 auf 89 Punkten zusammen mit 40 astronomischen Azimutbestimmungen primär zur gemeinsamen Ausgleichung der geodätischen Netze der sozialistischen Länder benutzt. Ausserdem dienten diese Daten 1972 in einem gesonderten zweiten Ausgleichungsschritt zur Bestimmung des ungarischen geodätischen Datums HD72 im Rahmen des EOTR-Programms (Joó, - 1983). Ab 1981 wurde der Schwerpunkt der astronomisch-geodätischen Feldarbeiten in Richtung Geoidbestimmung verschoben. Wegen der begrenzten Geldmittel war und ist dabei die Aktivität leider sehr niedrig. Seitdem sind insgesamt 29 Lotabweichungspunk-

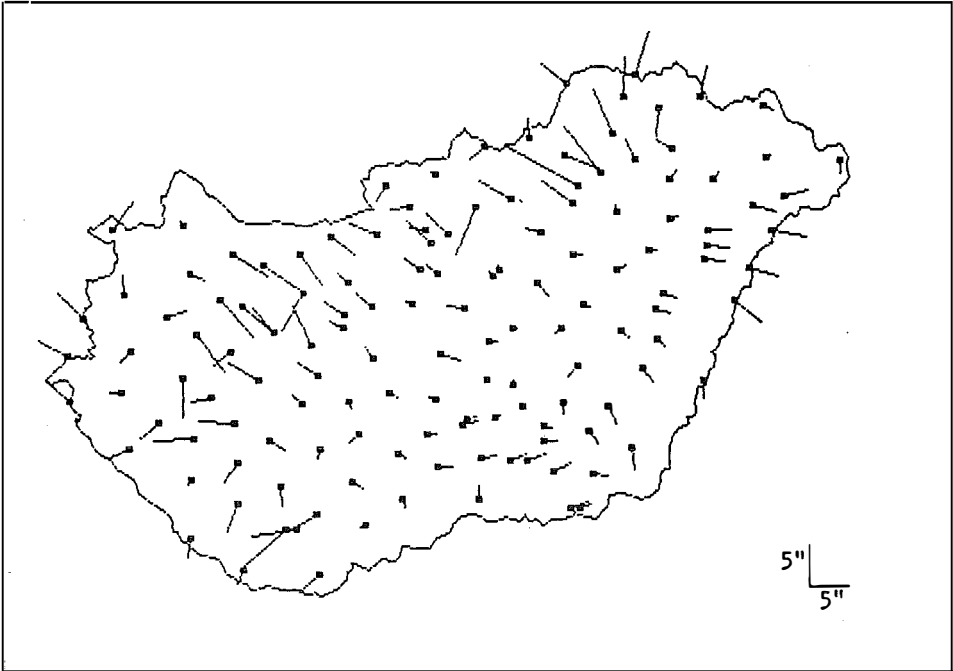


Abbildung 1: Astrogeodätische Lotabweichungen

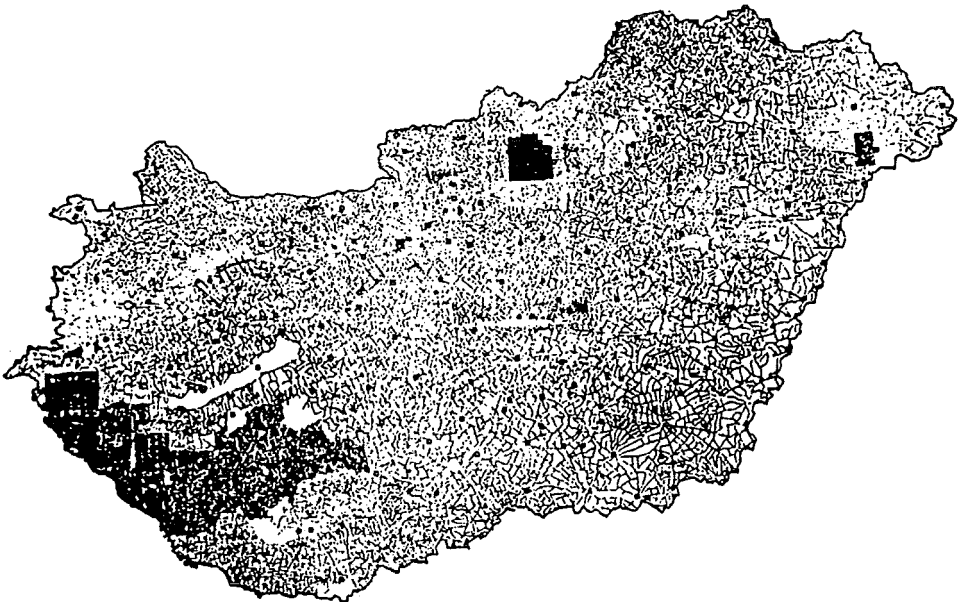


Abbildung 2: Die Verteilung der Punktschweredaten im Übersichtsnetz

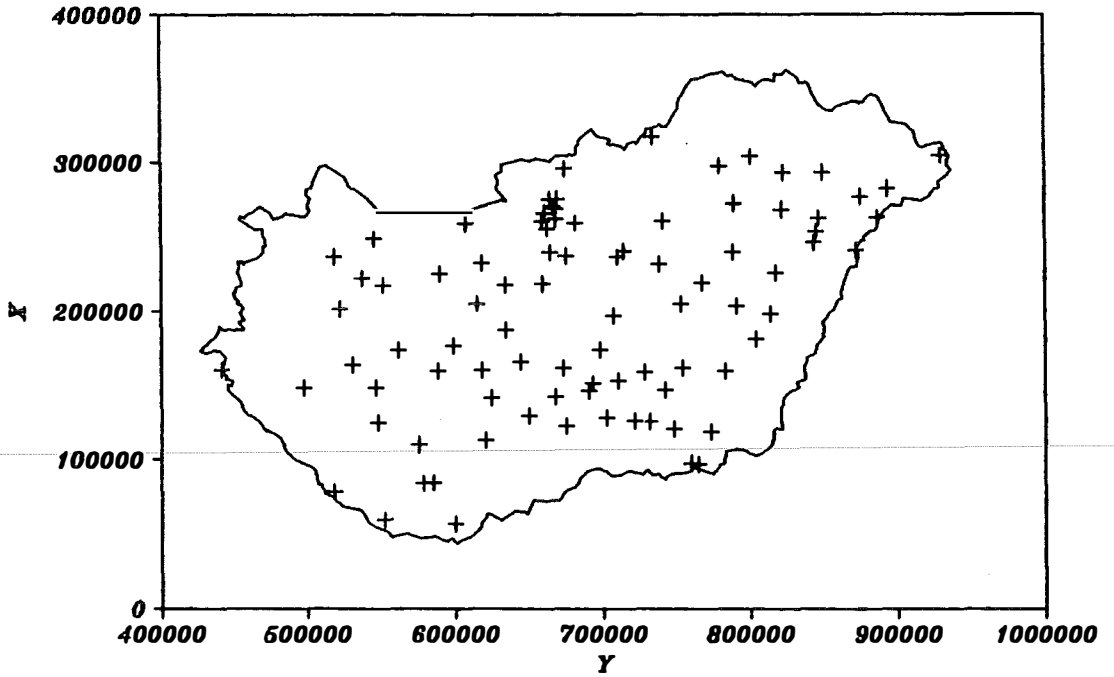


Abbildung 3: Die Verteilung der Astropunkte mit gravimetrischer Engvermessung

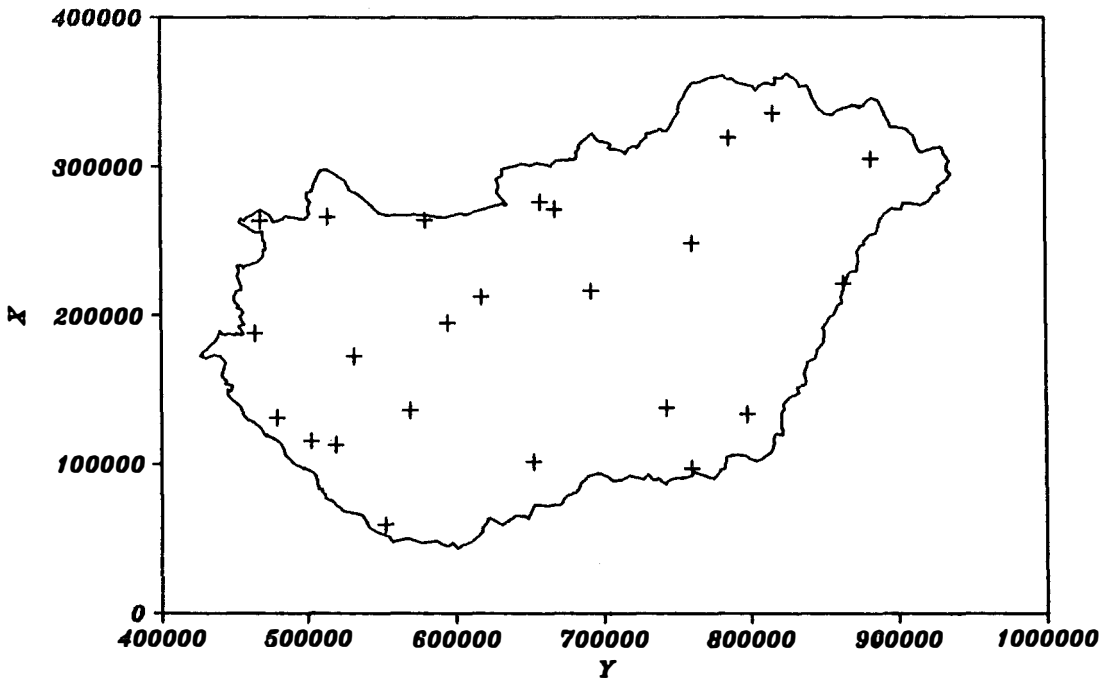


Abbildung 4: Die Verteilung der Dopplerpunkte

te gemessen worden. Die astronomischen Messungen beziehen sich teilweise auf das System BIH/1968 bzw. BIH/1979. Zu den Beobachtungen wurden bis zum vergangenen Jahr ausschließlich der astronomische Theodolit Wild T4 verwendet. Bis 1980 wurden die astronomischen Breiten nach dem Horrebow-Talcott-Verfahren mit etwa 48 Sternpaaren mit  $m_{\varphi} = 0,08''$  beobachtet, die astronomischen Längen wurden nach dem Mayer-Verfahren aus etwa 48 Sterndurchgängen mit  $m_{\lambda} = 0,06''$  abgeleitet. Ab 1981 veränderten sich die angewandten Verfahren nicht, nur die Zahl der Beobachtungsabende und die Beobachtungssätze sind kürzer geworden. Ab 1988 wurde ein Forschungsprojekt am FÖMI-KGO eingeleitet, um die Lotabweichungsbestimmungen nach dem österreichischen Vorbild mit Verwendung des MOM Ni-B3 als Astrolabium zu vermehren (Lévai, 1988). Die Testmessungen sind im Testnetz Penc derzeit im Gange.

### 3.2 Schwerebeobachtungen

In den Jahren 1950 bis 1978 wurde eine flächenhafte Schwereaufnahme im sogenannten dichten Übersichtsnetz im größten Teil Ungarns durchgeführt. Bei dieser Aktion wurden rund 12000 Punkte mit einer relativen Genauigkeit von etwa  $\pm 0.2$  mgal bestimmt, die mittlere Punktdichte wurde mit etwa 1-3 Punkten pro  $\text{km}^2$  angelegt. Ab 1970 dienten die Messungen primär der geophysikalischen Rohstoffaufnahme. Bei diesen wurden bis 1962 das Heiland-Gravimeter, in der darauf folgenden Zeit die Geräte von Worden und Sharpe angewendet (Szabó *et al*, 1989). Abb. 2 zeigt die Punkte des Übersichtsnetzes.

Die Schweredaten werden in Form von interpolierten Freiluftanomalien auf einem Gitter von  $800 \times 800$  m freundlicherweise von der Datenbasis des Schwerearchivs des Geophysikalischen Instituts von Eötvös Loránd (ung. Abk.: MÁELGI) übergeben. Zwischen dem neuen ungarischen Schwerenet 1980-1988 und dem Übersichtsnetz besteht leider kein eindeutiger Zusammenhang. Die Systemunterschiede sind stellenweise kaum abzuschätzen, deshalb erweist sich dieser Datensatz als inhomogen. Die Schwerewerte beziehen sich auf das Potsdamer Schweresystem und die Normalschwereformel von Cassinis 1930, sodaß die Anomalien in das System IGSN71, GRS80 transformiert werden müssen.

Aufgrund der vorhandenen Schwerepunktdichte waren wir in der Lage, die gravimetrische Engvermessung der Astropunkte, wo es noch nötig ist, ohne größeren Meßaufwand in Angriff zu nehmen. Ab 1982 wurde die unmittelbare Umgebung der 81 Astropunkte vom Institut MÁELGI vermessen, damit die horizontalen Schwerégradiënten durch den Punkt und in seiner unmittelbaren Nähe sicher bestimmt werden können. Dabei wurden 36 Punkte um jeden Astropunkt für den Bereich von 0 m bis 5000 m angelegt, vgl. Abb. 3. Diese ergänzenden Messungen sind auch noch im Gange.

Die Schwereanomalien aus den Quellen (4) bis (6) benutzen wir ausschließlich entlang der Landesgrenzen, um die fehlenden terrestrischen Daten in unserem Integrationsgebiet mit einem Radius von etwa 50 km zu ergänzen.

### 3.3 Erdmodelle

Um den langwelligen Signalanteil in den Geoidhöhen bestimmen zu können, verwenden wir harmonische Koeffizienten aus Erdmodellen. Zur Zeit liegen uns einige Kugelfunktionsmodelle mit unterschiedlichen Charakteristiken vor (siehe Tab. 1):

| Name   | N <sub>max</sub> | Anzahl der Koeffizienten | Literatur              |
|--------|------------------|--------------------------|------------------------|
| GEM-T1 | 36               | 2*703                    | Mars, J. G. et al 1988 |
| OSU81  | 180              | 2*16741                  | Rapp, R. H. ,1981      |
| OSU84  | 250              | 2*31686                  | Hajela, D. P. ,1984    |
| GPM2   | 200              | 2*20301                  | Wenzel, H. G. ,1985    |

Tabelle 1: Erdmodelle

Abschätzungen der Genauigkeit (mittlere Fehler der Potentialkoeffizienten) sind für alle Modelle publiziert. Da diese Daten nach der Literatur meistens zu optimistisch sind, ist ihre qualitative Prüfung durch Vergleich mit terrestrischen Schwereanomalien aus einer Stichprobe von 500 ausgewählten Werten vorgesehen. Die Berechnungen sind nach dem Erhalt des Erdmodells OSU86 geplant.

Bei der Geoidberechnung werden wir jenes Modell anwenden, das mit wachsendem Grad eine bessere Anpassung an die Vergleichungsdaten aufweist, da bei unseren lokalen Arbeiten das Erdmodell in erster Linie der Verminderung des Vernachlässigungsfehlers wegen der mangelnden terrestrischen Daten dient. Um einen Überblick über die Unterschiede zwischen den einzelnen Modellen zu erhalten, sind in Tabelle 2 die maximalen Differenzen in den Schwereanomalien aus einer Stichprobe von etwa 150 in Ungarn gleichmässig verteilten Werten aufgelistet.

| Name        | max. Diff. | RMS                     |
|-------------|------------|-------------------------|
| OSU81-GPM2  | 32.9 mGal  | 81.6 mGal <sup>2</sup>  |
| OSU81-OSU84 | 41.3 mGal  | 242.9 mGal <sup>2</sup> |
| GPM2 -OSU84 | 44.1 mGal  | 255.5 mGal <sup>2</sup> |

Tabelle 2: Vergleich zwischen den verschiedenen Kugelfunktionsentwicklungen in Ungarn

### 3.4 Dopplerdaten

Im ungarischen Hauptlagenetz sind in drei verschiedenen Kampagnen HDOC80, HDOC82 und HDOC85 die Satellitendopplerbeobachtungen vom FÖMI-KGO durchgeführt worden. Insgesamt liegen für 24 Punkte dreidimensionale Satellitendopplerkoordinaten vor. Eine Übersicht der Verteilung der Dopplerstationen im Netz zeigt Abb. 4. Zur Auswertung der Dopplermessungen mit den Broadcast Ephemeriden und WGS72 wurden einerseits das von Sz. Mihály (FÖMI-KGO, Penc) entwickelte Programmsystem SADOSA, andererseits das am FÖMI-KGO, Penc, installierte GEODOP von J. Kouba (Geodetic Survey of Canada) eingesetzt.

Weil sowohl die Ergebnisse der drei Kampagnen als auch die der beiden Programmsysteme im Vergleich miteinander große Abweichungen ergeben, wird über die Einbeziehung der Dopplerdaten noch keine Entscheidung getroffen (Adám - Kenyeres, 1988). Die Unterschiede der Kampagnen zeigt Tabelle 3 bei den 7 Transformationsparametern.



| HDOC80 - HD72                             | HDOC82 - HD72                            | HDOC85 - HD72                             |
|---|--|---|
| $\Delta X = 40.28 \pm 9.97$               | $\Delta X = 58.37 \pm 5.59$              | $\Delta X = 69.37 \pm 9.19$               |
| $\Delta Y = -88.24 \pm 7.91$              | $\Delta Y = -81.35 \pm 5.71$             | $\Delta Y = -90.38 \pm 7.90$              |
| $\Delta Z = -9.33 \pm 10.24$              | $\Delta Z = -28.93 \pm 6.05$             | $\Delta Z = -21.97 \pm 9.69$              |
| $\kappa = (2.64 \pm 2.79) \times 10^{-6}$ | $\kappa = (2.12 \pm 0.6) \times 10^{-6}$ | $\kappa = (0.64 \pm 0.86) \times 10^{-6}$ |
| $\varepsilon_z = 0.84'' \pm 0.21''$       | $\varepsilon_z = 0.77'' \pm 0.14''$      | $\varepsilon_z = 0.39'' \pm 0.19''$       |
| $\varepsilon_y = -0.47'' \pm 0.58''$      | $\varepsilon_y = 0.43'' \pm 0.23''$      | $\varepsilon_y = 0.49'' \pm 0.38''$       |
| $\varepsilon_x = 0.84'' \pm 0.21''$       | $\varepsilon_x = 0.84'' \pm 0.21''$      | $\varepsilon_x = 0.84'' \pm 0.21''$       |

Tabelle 3: Ausgeglichene Transformationsparameter (Lösung SADOSA) (Adám - Borza, 1986)

#### 4. Berechnungsstrategie des EOTR-Geoids

Bei der Geoidbestimmung in Ungarn müssen wir von unserer speziellen Datengegebenheit ausgehen. So müssen wir mehrere voneinander unabhängige Datensätze miteinander kombinieren, um den Informationsgehalt der zur Verfügung stehenden Daten so auszuschöpfen, daß der Mangel von lokalen Daten aus den Nachbarstaaten überbrückt werden kann. Deshalb wählen wir die Methode des astrogravimetrischen Nivellements nach *Molodensky* bei der in der praktischen Bestimmung der Quasigeoidhöhen zu den astrogeodätischen Lotabweichungen und den terrestrischen Schwerewerten auch Potentialkoeffizienten aus einem Erdmodell einbezogen werden.

Bei einer gemeinsamen Auswertung heterogener Daten muß man die verschiedenen Bezugssysteme der Daten sorgfältig erwägen. Deshalb benutzen wir als System der Berechnung das genähert geozentrisch gelagerte dreidimensionale kartesische Koordinatensystem mit den Ellipsoidparametern von GRS80, dessen Orientierung an die mittlere Rotationsachse der Erde und den Bezugsmeridian von Greenwich genähert anschließt. Auf dieses System wollen wir vorerst alle Inputdaten beziehen. So bekommen wir aus dem astrogravimetrischen Nivellement die relativen Quasigeoidhöhenunterschiede also im System GRS80. Nach der Durchführung der Ausgleichung werden wir die Ergebnisse auf das System HD72 des EOTR-Gebrauchsnetzes zurücktransformieren. Dabei sehen wir natürlich einige Varianten vor.

##### 4.1 Astrogravimetrisches Nivellement

Den Quasigeoidhöhenunterschied rechnen wir aus der Grundformel nach *Molodensky* für die Linie zwischen den beiden Astropunkten A und B durch (*Pellinen, 1982*)

$$\begin{aligned}
 \zeta_B - \zeta_A &= - \frac{\varepsilon'_A + \varepsilon'_B}{2\rho} s_{AB} + [ \bar{\zeta}_B - \bar{\zeta}_A + \frac{\bar{\varepsilon}_A + \bar{\varepsilon}_B}{2\rho} s_{AB} ] \\
 &= - \frac{\varepsilon'_A + \varepsilon'_B}{2\rho} s_{AB} + \Delta \zeta_\Sigma
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

# SOKKISHA

## Die Totalstationen mit eingebauter Datenregistrierung

Gleichzeitige Anzeige von  
Horizontal- und Vertikalwinkel  
sowie Schrägdistanz

Höhendifferenz, Koordinaten  
und Absteckung im Feld

Datenweitergabe über  
Schnittstelle und  
IC-Karte mit 32 KB



### Systeme

mit lückenlosem Informationsfluß  
SET C - Vermessungssoftware  
CAD Arbeitsplatz - Plotter

### Service

Sokkisha und Kern Geräte

# Artaker<sup>®</sup>

Artaker Büroautomation Handelsgesellschaft mbH.

1052 Wien, Kettenbrückengasse 16, Tel. 0222/58 805-0, Fax 56 56 51

wobei  $\varepsilon' = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha$  die astrogeodätische Oberflächenlotabweichung im Azimut der Linie von der Länge  $s_{AB}$  ist. Das Glied in der Klammer  $\Delta\zeta_\Sigma$  entspricht der gravimetrischen Korrektur des astronomischen Nivellements, das allein aus gravimetrischen Daten berechnet wird.

Ausgehend von den Untersuchungen nach *Ostacs* kann jedes der  $\Delta\zeta_\Sigma$  zugehörigen Glieder - unter der Voraussetzung, daß der Radius der gleitenden Integrationsgebiete  $\Sigma$  1,5 bis 2 mal größer als der mittlere Abstand der Astropunkte ist - mittels der Integralformeln von Stokes und Vening-Meinesz aus Faye-anomalien getrennt berechnet werden (*Ostacs*, 1970) Diese Formeln lauten bei sphärischer Form in einer nahen Zone um den Aufpunkt A (*Pellinen*, 1982):

$$\bar{\zeta}_A = -\frac{R}{4\pi\gamma} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \Delta g' S(\cos\psi) \sin\psi \, d\psi \, d\alpha \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \bar{\xi}_A \\ \bar{\eta}_A \end{array} \right\} = \frac{1}{4\pi\gamma} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \Delta g' \frac{dS(\cos\psi)}{d\psi} \left\{ \begin{array}{c} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{array} \right\} \sin\psi \, d\psi \, d\alpha \quad (3)$$

Hierin ist  $R$  der mittlere Erdradius,  $\gamma$  der mittlere Schwerewert,  $\Delta g'$  die an der Erdoberfläche definierte Freiluftanomalie mit Geländekorrekturen,  $\psi$ ,  $\alpha$  die sphärische Strecke und das Azimut in Richtung vom Aufpunkt zum laufenden Punkt,  $S(\cos\psi)$  Funktion von Stokes.

Die nahe Zone bedeutet in den obigen Formeln, daß beim astrogravimetrischen Nivellement der Radius des Integrationsgebietes  $\Sigma$  gleich 305,4 km angenommen wird (*Pellinen*, 1982), (*Gazsó-Taraszo*, 1984). Weil der mittlere Abstand der Astropunkte in Ungarn etwa 30-40 km ist - und in Anbetracht dessen, daß keine terrestrischen Schweredaten aus zuverlässigen Quellen außerhalb Ungarns zur Verfügung stehen -, wählen wir den Integrationsradius von  $\psi_0 \cong 30'$ , etwa 50 km. Um den Vernachlässigungsfehler wegen der begrenzten Integrationskappe  $\psi_0$  zu vermindern, wenden wir die folgende kombinierte Auswertung terrestrischer Schwerewerte und harmonischer Koeffizienten aus einem Erdmodell an.

#### 4.2 Kombinierte Auswertung

Für die kombinierte Auswertung stehen heute im wesentlichen drei Berechnungsmethoden zur Verfügung:

- Integralformeln mit modifizierten Integralkernen, wie z.B. die Integralkerne von *Molodensky* (1958), *Wong u. Gore* (1969), *Ostacs* (1970), *Meissl* (1971), *Colombo* (1977), *Sjöberg* (1984);
- Die Kombination von *Wenzel* mit den spektralen Gewichten (*Wenzel*, 1981);
- Die Kollokationsmethode von *Sünkel* (1983).

Einerseits eignen sich die beiden letzteren nicht für unsere Verhältnisse wegen ihres hohen EDV-Aufwands bei der Auswertung der terrestrischen Schweredaten andererseits behalten wir vielmehr den deterministischen als den stochastischen Aspekt bei der Modellierung des Störpotentials im Auge, deshalb wenden wir die Methode der Integral-kernmodifizierung an. Zahlreiche gute Anwendungsbeispiele haben uns dazu angeregt und ermutigt, wie z.B. die Untersuchung von *Jekeli* (1980), wo durch die Benutzung der Integral-kernmodifizierung nach *Ostacs* und *Meissl* eine Genauigkeitsverbesserung um 50% gegenüber der originalen Auswertung des Stokes-Integrals festgestellt werden konnte. Über ähnliche Ergebnisse berichtet auch *Rapp* (1980). *Wichiencharoen* (1984) kommt zur Schlußfolgerung, daß sich die Ergebnisse der Methode von *Wenzel* zwar mit kleinerer mittlerer Streuung im Vergleich mit GEOS-3 Satellitendaten als die aus der Kombination mittels *Ostacs-Meissl* Modifizierung ergeben, es erweisen sich jedoch beide Methoden im Grunde genommen als gleichwertig. Deshalb wählen wir die Methode von *Ostacs-Meissl*. Dabei ermutigt uns noch die Tatsache, daß dieselbe Wahl neulich von *Heck* u. *Grüniger* (1987) mit jenen Gesichtspunkten, die wir gerade überlegen, getroffen wurde. Ausserdem halten wir die Kombinationsmethode von *Ostacs-Meissl* bei unserer Geoidbestimmung für sehr günstig, weil wir die Auswertung der Integralformeln in planarer Annäherung durchführen wollen.

#### 4.2.1 Modifizierung von Ostacs-Meissl

Der Integral-kern von Stokes bzw. von Vening-Meinesz wird bei der Modifizierung von *Ostacs-Meissl* auf das Intervall  $[0, \psi_0]$  mit

$$\tilde{S}(\cos\psi) = S(\cos\psi) - S_0, \quad S_0 = S(\cos\psi_0),$$

bzw.

$$\tilde{V}(\cos\psi) = V(\cos\psi) - V_0, \quad V_0 = V(\cos\psi_0), \quad V = dS(\cos\psi)/d\psi$$

approximiert. Das bedeutet am Rande der gleitenden Kugelkappe mit dem Radius  $\psi_0$  die Einführung der folgenden Bedingung (*Ostacs*, 1970), (*Meissl*, 1971):

$$\tilde{S}(\cos\psi_0) = 0, \quad \text{bzw.} \quad \tilde{V}(\cos\psi_0) = 0.$$

In diesem Fall kann man das Stokesintegral in Form

$$\bar{\zeta}_A = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_0^{2\pi} \int_0^{\psi_0} \Delta g' \tilde{S}(\cos\psi) \sin\psi \, d\psi \, d\alpha + \delta\zeta_A \tag{4}$$

und das Vening-Meinesz Integral in Form

$$\begin{Bmatrix} \bar{\xi}_A \\ \bar{\eta}_A \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_0^{2\pi} \int_0^{\psi_0} \Delta g' \tilde{V}(\cos\psi) \begin{Bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{Bmatrix} \sin\psi \, d\psi \, d\alpha + \begin{Bmatrix} \delta \bar{\xi}_A \\ \delta \bar{\eta}_A \end{Bmatrix} \quad (5)$$

umschreiben, wobei  $\delta \bar{\xi}_A$ ,  $\delta \bar{\eta}_A$  und  $\delta \bar{\eta}_A$  die Vernachlässigungsfehler der weiteren Zonen sind. Diese Fehler ergeben sich analog zu den obigen Integrationsformeln aus (2 - 3). Wenn man die Fehlerintegrale in Teilintegrale zerlegt und den Stokes-Fehlerintegrale  $S(\cos\psi)$  in Reihen von Legendre'schen-Polynomen  $P_n(\cos\psi)$  bzw. den Vening-Meinesz-Fehlerintegrale  $V(\cos\psi)$  in Reihen von zugeordneten Legendre'schen-Polynomen  $P_n^1(\cos\psi)$  entwickelt, erhält man nach den Integralrechnungen und einigen Umformungen die Vernachlässigungsfehler.

Für die Höhenanomalie gilt nach (Meissl, 1971):

$$\delta \bar{\xi}_A = \frac{R}{2\gamma} \sum_{n=2}^{\infty} \bar{Q}_n \Delta g_n \quad (6)$$

wobei  $\bar{Q}_n$  der Truncation-Koeffizient von Meissl für Höhenanomalien ist. Er läßt sich wie folgt berechnen:

$$\bar{Q}_n = Q_n + \frac{S_0 [P_{n-1}(\cos\psi_0) - \cos\psi_0 P_n(\cos\psi_0)]}{n+1}$$

hierbei ist  $Q_n$  der Truncation-Koeffizient von Molodensky. Seine Berechnung wird nach dem Hagiwara-Verfahren von Kenyeres programmiert (Hagiwara, 1976). Der Vernachlässigungsfehler für die Lotabweichungskomponenten ergibt sich zu (Bölcsvölgyi-B. et al., 1987):

$$\begin{Bmatrix} \delta \bar{\xi}_A \\ \delta \bar{\eta}_A \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\gamma} \sum_{n=2}^{\infty} R_n \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Delta g_n}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial \Delta g_n}{\cos\varphi \partial \lambda} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

wobei  $R_n$  der Truncation-Koeffizient für Lotabweichungen von Meissl ist.  $R_n$  kann mittels der Formel

$$R_n = Q_n + \frac{1}{n(n+1)} [S_0 P_n^1(\cos\psi_0) \sin\psi_0 + V_0 I_n]$$

erhalten werden, wobei zur Berechnung der  $I_n$  die nachstehende Formel dient:

$$I_n = \int_{-1}^{y_0} P_n^1(y) \, dy, \quad y = \cos(\psi),$$

die Kenyeres nach Rekursivverfahren von Paul (1978) programmierte. (In Ostacs (1970) sind die obigen Formeln nicht korrekt gegeben, da die Ableitung der Stokes Funktion dabei nicht berücksichtigt wurde.)

Die Formeln in (6) und in (7) gewährleiten eine tiefere Einsicht in die Idee der Datenkombination mittels der Integralkernmodifizierung, insofern sie unmittelbar den Vorteil der Kombination gegenüber der herkömmlichen Auswertung der Stokes- und Vening-Meinesz Integralformeln augenscheinlich machen. Dieser Vorteil liegt darin, daß die Vernachlässigungsfehler in (6) und (7) drastisch vermindert werden können, wenn der größte Teil dieser Fehler mit den spektralen Komponenten  $\Delta g_n$  der Kugelfunktionsanomalien aus einem Erdmodell  $n = 2, \dots, n_{\max}$  ausgerechnet wird. Die  $\Delta g_n$  ergeben sich zu

$$\Delta g_n = \frac{GM}{r^2} (n-1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm}^* \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \bar{\varphi})$$

wobei GM - die geozentrische Gravitationskonstante,  
 $r = a(1 - e'^2 \sin^2 \bar{\varphi})^{-1/2}$  der Abstand des Punktes P vom Geozentrum,  
 a - der Äquatorialradius des Bezugsellipsoids GRS80,  
 e, e' - die 1. bzw. 2. numerische Exzentrizität,  
 $\bar{C}_{nm}^*, \bar{S}_{nm}^*$  - die normierten Kugelfunktionskoeffizienten bezogen auf das Bezugssystem GRS80,  
 n, m - der Grad bzw. die Ordnung des benutzten vollständigen Kugelfunktionsmodells,  
 $\bar{P}_{nm}$  - die normierten zugeordneten Kugelfunktionen 1. Art,  
 $\bar{\varphi} = \arctan(1 - e^2) \tan \varphi$  ist.

Durch Einsetzen des berechneten Teils der Vernachlässigungsfehler in (6) und in (7) ergibt sich die Berechnungsformel für die Höhenanomalie

$$\bar{\zeta}_A = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_0^{2\pi} \int_0^{\psi_0} \Delta g' \tilde{S}(\cos \psi) \sin \psi \, d\psi \, d\alpha + \frac{R}{2\gamma} \sum_{n=2}^{N_{\max}} \bar{Q}_n \Delta g_n \quad (8)$$

und für die Lotabweichungskomponenten:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{matrix} \xi_A \\ \eta_A \end{matrix} \right\} &= \frac{1}{2\pi\gamma} \int_0^{2\pi} \int_0^{\psi_0} \Delta g' \tilde{V}(\cos \psi) \begin{Bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{Bmatrix} \sin \psi \, d\psi \, d\alpha \\ &+ \frac{1}{2\gamma} \sum_{n=2}^{n_{\max}} R_n \left\{ \begin{matrix} \frac{\partial \Delta g_n}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial \Delta g_n}{\cos \varphi \partial \lambda} \end{matrix} \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

#### 4.2.2 Numerische Berechnungen

Praktisch lösen wir die obigen Formeln (8) und (9) in zwei zerlegten Teilen. Der aus den terrestrischen Schwereanomalien berechnete Teil wird mit einer numerischen Integration durchgeführt. Das von *Kenyeres* erstellte Programm rechnet für ein Gitter von etwa 50 km x 50 km mit dem Gitterabstand von 800 m. Mit der Berechnung wird die sogenannte Kernzone gesondert ausgewertet. Den Höhenanomalien- und Lotabweichungsanteil der Kernzone rechnen wir nach der Gradiensmethode in *Fischer* (1966), und in *Obenson* (1973).

Bei den obigen Berechnungen wird die Freiluftanomalie mit keiner Molodensky-Korrektion versehen und bei der Lotabweichungsbestimmung auch der Einfluß der Geländegestalt vernachlässigt. Die Untersuchungen z.B. von *Rapp-Wichiencharoen* (1984), *Sideris-Schwarz* (1986), *Groten et. al* (1987) sowie die Anforderungen bei der neuen Geoidbestimmung in Europa in *Denker et. al.* (1986) zeigen auch für uns zweifellos, daß es bei der Berechnung von präzisen relativen Geoiden nicht mehr möglich ist, diese Korrekturen zu vernachlässigen. Wir müssen jedoch darauf verzichten, da diese Berechnungen einerseits den EDV-Aufwand riesig vermehren und dem staatlichen Vermessungswesen die gravimetrische Datenbasis von MÁELGI nur begrenzt zur Verfügung steht, es andererseits auch an einem engmaschigen Höhenmodell fehlt.

Zur Auswertung der Integralformeln ist es unbedingt nötig, die vorhandenen Beobachtungen auf ein Gitter umzurechnen, oder eventuell zu verdichten. Dabei benutzen wir die lokale Interpolationsmethode von *Franke* (1978, a, b, 1982), die eine neue nach unseren Kenntnissen in der Geodäsie noch nicht angewandte Methode aus dem Gebiet der Approximationstheorie ist.

Die Berechnung des zweiten Glieds in (8) bzw. in (9) erfordert die Bestimmung der spektralen Komponenten und ihrer Ableitungen  $\partial \Delta g_n / \partial \varphi$  bzw.  $\partial \Delta g_n / \partial \lambda$ . Dabei ergeben sich drei Probleme:

- (i) Speicherkapazität
- (ii) Die Berechnung der Legendre'schen-Polynome
- (iii) Rechenzeit

Zuerst wurde das Computerprogramm von *Rapp* (1982) auf IBM-AT von *Kenyeres* adaptiert und für die Auflösung nach Graden modifiziert. Das Speicherproblem reduziert sich dadurch, daß die Koeffizienten von Grad zu Grad eingegeben und zugleich zu allen Rechnungen einbezogen werden.

Dabei taucht aber ein anderes Problem auf, und zwar daß die Legendre'schen-Polynome nicht zu der angegebenen Ordnung sondern zu dem angegebenen Grad zu rechnen sind. In *Rapp* (1982) werden die Legendre'schen-Polynome durch das Routine von *Colombo* (1981) hergestellt, in dem zu unserer Rechnung zwei Rekursionsformeln ausgetauscht werden mußten.

Der derzeitige Zeitverbrauch beträgt ca. 30 sec/Pkt für IBM-AT aus dem Erdmodell OSU81 gegenüber dem Zeitverbrauch von ca. 16 sec/Pkt im OSU-Rechenzentrum (*Szabo*, 1986).

## 5. Ausgleichung des astrogravimetrischen Flächennivellements

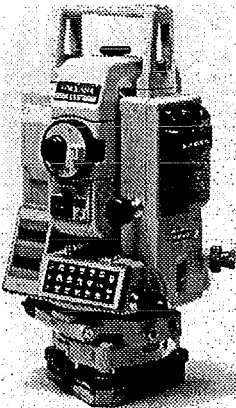
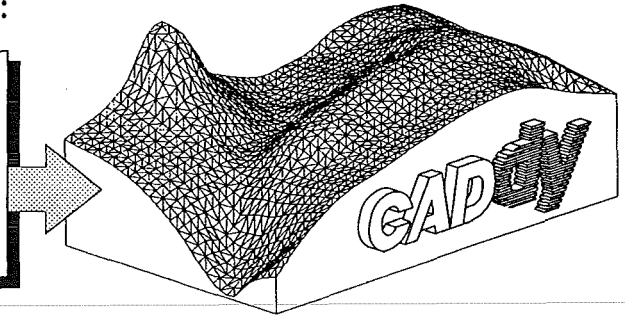
### 5.1 Quasigeoidhöhenunterschiede

Um eine flächenhafte Geoidbestimmung zu schaffen, berechnen wir die Quasigeoidhöhenunterschiede für ein regelmäßiges Gitternetz. Die Länge der Gitterabschnitte entspricht dem Raster in der Ebene (12' x 20') und in Gebirgsgebieten (6' x 10'), oder etwa 25 km bzw. 12,5 km. Die Berechnung der Höhenunterschiede können wir wie folgt zusammenfassen:

# INTEGRATION IST ZUKUNFT

Wir bieten effiziente und leistungsstarke Gesamtlösungen für den Vermessungsbereich:

Von der Totalstation mit Meßdatentransfer bis zur Weiterverarbeitung im leistungsfähigen CADdy CAD-System.



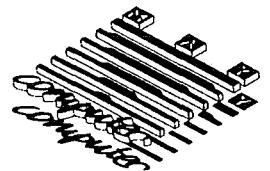
Wir sind Ihr Partner sowohl für Vermessungsgeräte als auch für die integrierte CADdy CAD-Lösung mit Modulen für:

- Berechnung/Meßdatentransfer
- Kartierung/Lageplan
- Digitales Geländemodell und Massenberechnung, Profilgenerierung, Verschneidung mit Planungskörpern, auch in 3D darstellbar
- Projektierung im Straßenbau
- Geo-Informations-System

CADdy ist das erfolgreichste CAD-System für Vermessung im deutschsprachigen Raum mit über 700 Installationen.

Auf dem Sektor Vermessungsgeräte führen wir hochwertige Instrumente der renommierten japanischen Hersteller SOKKISHA und NIKON sowie selbstverständlich alles erdenkliche Zubehör.

Unser Service beschränkt sich nicht nur aufs Verkaufen, sondern umfaßt auch intensive Betreuung, die mit einer kostenlosen Ersteinschulung beginnt.



CAD-Center May-Computer, Abteilung Vermessungstechnik, Herr Dipl. Ing. Störi  
Hietzinger Hauptstraße 74, 1130 Wien - Tel. 0222/82 85 536, 0222/82 51 74



- Zuerst transformieren wir die Astropunkte vom EOTR-Gebrauchsnetz im System HD72/GRS67 in das Dopplerbezugssystem der Broadcast Ephemeriden mit WGS72. Dann transformieren wir weiterhin mehreren Schritten durch NWL9D näherungsweise ins geozentrische Konventionelle Mittlere Bezugssystem mit GRS80.

- Danach interpolieren wir die astrogeodätischen Lotabweichungskomponenten mittels Verwendung gravimetrischer Daten auf das Gitternetz. Dazu werden die Formel von Vening-Meinesz in den Astropunkten nach der Gl. (9) ausgewertet. Die Interpolation der astrogeodätischen Lotabweichungen kann nach der Gleichung

$$\xi' = \bar{\xi} - (\bar{\xi} - \xi')^{\text{Interp}} = \bar{\xi} - \Delta\xi^I \quad (10)$$

$$\eta' = \bar{\eta} - (\bar{\eta} - \eta')^{\text{Interp}} = \bar{\eta} - \Delta\eta^I$$

erfolgen. Setzen wir (10) in (1) ein, und berücksichtigen die beiden Punkte des Gitternetzes  $Q_i$  und  $Q_j$

$$\Delta\zeta_{Q_i} - \Delta\zeta_{Q_j} = - \frac{\Delta\varepsilon_i^I + \Delta\varepsilon_j^I}{2\rho} s_{ij} + \bar{\zeta}_{Q_i} - \bar{\zeta}_{Q_j} \quad (11)$$

so ist das Glied der gravimetrischen Lotabweichungen in diesen Punkten zu beseitigen, wonach rechentechnisch nur die interpolierten Lotabweichungsunterschiede und die aus lokalen und globalen gravimetrischen Daten bestimmten Quasigeoidhöhenunterschiede an unserer flächenhaften Geoidberechnung teilhaben. Wir wollen darauf aufmerksam machen, daß das zweite Glied der Formel (11) dem des gravimetrischen Nivellements entspricht, das letztmals in Österreich von *Erker* (1987) angewendet worden ist.

Die Interpolation der Lotabweichungsunterschiede kann auch hier einwandfrei mit der lokalen Methode von *Franke* durchgeführt werden.

### 5.2 Ausgleichungsmodell und Datumswahl

Aus dem nach den obigen berechneten astrogravimetrischen Nivellement gelangen wir zu dem linearen Modell:

$$\begin{aligned} E\{Y\} &= Y - e_y = Lz - e_z = A\zeta \\ D\{Y\} &= \Sigma_{YY} = (L\Sigma_{zz}L^T) = \sigma^2 (LQ_{zz}L^T) \\ q_A &= \text{rk } A = m-1, \quad q_L = \text{rk } L = 2m \end{aligned} \quad (12)$$

bei dem  $Y$  einen  $(n \times 1)$  Beobachtungsvektor der Quasigeoidhöhenunterschiede,  $e_y$  einen  $(n \times 1)$  zufälligen Fehlervektor darstellt, während die  $(n \times 2) \times m$  Matrix  $L$  die Koeffizienten der Beobachtungsgleichungen des astrogravimetrischen Nivellements vom Typ (11) enthält und den Rang  $q_L$  besitzt. Sie kann sich als singular erweisen, wenn für die Zahl der Höhenunterschiede die Ungleichung  $n > 2m$  gilt. Mit dem  $(2 \times m) \times 1$  Vektor  $z = [\Delta \varepsilon_1^I, \dots, \Delta \varepsilon_m^I, \dots, \zeta_1, \dots, \zeta_m]^T$  haben wir „die Geoidmessungen“ nach (11) und mit dem  $(2 \times m) \times 1$  Vektor  $e_z$  ihren Fehlervektor bezeichnet, hierin ist  $m$  die Zahl der Gitternetzpunkte. Die  $n \times m$  Matrix  $A$  ist die Designmatrix erster Ordnung, die völlig der eines Nivellementsnetzes entspricht. In analoger Weise hat sie den Rangdefekt  $d_A = 1$ . Der  $(m \times 1)$  Vektor  $\zeta$  enthält die unbekannt Parameter der Quasigeoidhöhen. Die Dispersionsmatrix  $\Sigma_{yy}$  wird mittels Transformation aus der Dispersionsmatrix der „Geoidmessungen“ nach (11) bestimmt. Wir nehmen an, daß  $\Sigma_{yy}$  regulär ist, aber sie kann positiv-semidefinit werden, wenn die Matrix  $L$  einen Rangdefekt hat. Vor der Auswertung des Modells (12) führen wir den  $(m \times 1)$  Vektor der Näherungshöhen des Quasigeoids  $\zeta_o$  ein, der z.B. durch harmonische Koeffizienten aus dem benutzten Erdmodell ausgerechnet werden kann. Dann lautet unser lineares Modell, auch singulares Gauss-Markov Modell genannt:

|  |      |
|--|------|
| $E \{\Delta y\} = A \Delta \zeta$ $D \{\Delta y\} = \sigma^2 (LQ_{zz} L)^T$ $\text{rk } A = m-1, \text{ rk } L = 2m$ | (13) |
|--|------|

das die inkrementellen Beobachtungen  $\Delta y = Y - Y_o$ ,  $Y_o = A \zeta_o$ , und die inkrementellen Unbekannten  $\Delta \zeta = \zeta - \zeta_o$  beinhaltet. Aus dem Modell (13) erhalten wir nur in jenem Fall eine Lösung für die Unbekannten, wenn wir für Regularisierung dieses singulären Modells sorgen. Das entspricht in geodätischen Sinne einer Höhendatumswahl unseres Geoids.

Da die Datumswahl bei der Geoidbestimmung analog mit der des Höhennetzes betrachtet werden kann, stützen wir uns dabei auf Schaffrin (1985, 1987). So wollen wir uns mit den folgenden Varianten befassen:

- Einführung eines *starken Datums* in das singulare Gauss-Markov Modell durch einen Fixpunkt (siehe Schaffrin (1987, Abschnitt 2)), wobei die Dopplergeoidhöhe des Datumpunktes des EOTR-Hauptlagenetzes „Szölöhegy unveränderlich beibehalten wird. Aus den anderen Dopplergeoidhöhen bilden wir Höhenunterschiede und diese nehmen an der Ausgleichung als Beobachtungen teil.

- Einführung eines *inneren Datums* in das singulare Gauss-Markov Modell im Sinne der Anfelderung auf allen Dopplergeoidhöhen. (siehe Schaffrin (1987, Abschnitt 3)). Als Geoidhöhendatum kann man eine Niveauverschiebung auf das arithmetische Mittel der Dopplergeoidhöhen betrachten.

- Einführung eines *schwachen Datums* mit stochastischen Vorinformationen (siehe Schaffrin (1987, Abschnitt 5)), die aus den Ausgleichungsergebnissen der Satellitendoppler-Messungen stammen. Hier dient das Gemischte Lineare Modell der Ausgleichung, die auf die Dopplergeoidhöhen die „beste homogen-lineare schwach unverzerrte Prädiktion“ mit Robustheit gegenüber fehlerhaften Dopplerdaten liefert.

Dieser Weg erweist sich natürlich dann als geeignet, wenn entweder die Satellitendoppler-Messungen aus den drei Kampagnen zu einer gemeinsamen Ausgleichung einbezogen werden können, oder eine von ihnen keinen Zweifel erweckt. Wenn diese Situation nicht garantiert werden kann, werden wir die Dopplerdaten nur zu Kontroll- und Vergleichszwecken verwenden.

Schließlich sollte noch bedacht werden, wie die ausgeglichenen Quasigeoidhöhen aus dem System GRS80 in das System des EOTR-Hauptlagenetzes HD72 zurückzuführen wären. Hier geht es voraussichtlich um zwei Rechenschritte, der erste besteht nur aus einer Zurücktransformation, der zweite beinhaltet nach der Zurücktransformation noch eine Anpassung nach der Methode der kleinsten Quadrate an die derzeitigen Geoidhöhen zwischen den als Basismessungen dienenden Streckenendpunkten.

### 6. Stand

Zur Lösung der Aufgabe, das Geoid im Bereich von Ungarn zu bestimmen, liegen die in Abschnitt 3 beschriebenen Daten vor. Wir werden die astrogravimetrische Geoidbestimmung schrittweise durchführen, um bei jedem Schritt nur einen verhältnismäßig kleinen Datensatz einzubeziehen und die Zwischenresultate - in Betracht eines gewinnbaren gravimetrischen Nivellements - in kompakter Form zu erhalten.

Eine endgültige Berechnung der Quasigeoidhöhen werden wir aus den Differenzen zwischen den astrogeodätischen und den gravimetrischen Lotabweichungskomponenten sowie aus den gravimetrischen Quasigeoidhöhenunterschieden als Beobachtungen in einer gemeinsamen flächenhaftigen Ausgleichung bekommen, wo die Dopplergeoidhöhen verschiedene Rollen spielen würden. Die gesammte Berechnung erfolgt soweit möglich im geozentrischen System bezogen auf das GRS80. Diese Ergebnisse werden in das EOTR-Landessystem transformiert und in digitaler Form der Koeffizienten der lokalen Interpolationsmethoden nach *Akima* (1974) oder nach *Franke* (1978) gespeichert. Zur Zeit sind nur die Daten und die einzelnen Computerprogramme vorhanden.

### Danksagung

Der vorliegende Beitrag handelt von der Geoidbestimmung in Ungarn, die im Rahmen der Forschungsprojekte Nr. OTKA - 5-204 und AP. 6-341 im Gange ist. Der Ungarischen Akademie der Wissenschaften und dem Ministerium für Landwirtschaft und Ernährung danken wir für die Unterstützung.

### Literaturverzeichnis

- Ádám, J. - Borza, T.: Dopplerkampagne HDOC85 - Auswertung und Ergebnisse, Report, Obs. Sat. Geod. des Inst. Geod. Kart. u. Fernerkundung, Budapest, Nr. 6-32-1/1986
- Ádám, J. - Kenyeres A.: Forschungsbericht über die ungarischen Geoidbestimmungen, Report, Obs. Sat. Geod. des Inst. Geod. Kart. und Fernerk., Budapest, Nr. 6-34-1/1988
- Akima, H.: A Method of Bivariate Interpolation and Smooth Surface Fitting Based on Local Procedures, Comm. ACM, 17, 1974, p.18-20
- Akima, H.: Algorithm 474: Bivariate Interpolation and Smooth Surface Fitting Based on Local Procedures, Comm. ACM 17, 1974, p. 26-31
- Bölcsvölgyi-Bán, M.: Alternativen und mathematische Modelle für die Neuausgleichung des EOTR-Hauptlagenetzes in Ungarn (auf ungarisch), Report Obs. Sat. Geod. des Inst. Geod. Kart. und Fernerk., Budapest, Nr. 1-11-24/1983
- Bölcsvölgyi-Bán, M.: Konzept für die Neu- bzw. Diagnoseausgleichung des EOTR-Hauptlagenetzes in Ungarn (auf ungarisch), Report Obs. Sat. Geod. des Inst. Geod. Kart. u. Fernerk., Budapest, Nr. 1-11-42(a)/1984
- Bölcsvölgyi-Bán, M.: Entwurf für die Databasis des EOTR-Hauptlagenetzes in Ungarn, (auf ungar.), Rep. Obs. Sat. Geod. des Inst. Geod. Kart. und Fernerk., Budapest, Nr. 1-11-42(c)/1984

- Bölcsvölgyi-Bán, M. - Sárhidai, A. - Kenyeres, A.: Die Einbeziehung der gravimetrischen Daten zu der EOTR-Geoidbestimmung (auf ungarisch). *Geodézia és Kartográfia*, 1987, 39/3, p. 186-192.
- Bölcsvölgyi-Bán, M. - Kenyeres, A. - Sárhidai, A.: Smooth Interpolation of Scattered Data by Franke's Local Method. *Proc. of Int. Symp. on Instrumentation Theory and Analysis for Integrated Geodesy*, Sopron, Hungary, May 16-20, 1988
- Colombo, O.: Optimal Kernels for Band limited Data Unisurv, G. 27, University NSW, Sydney, Australia, 1977
- Colombo, O.: Numerical Methods for Harmonic Analysis on the Sphere OSU/DGSS Report Nr. 310 The Ohio State University Columbus Ohio, 1981
- Denker, H. - Torge, W. - Wenzel, H. G. - Leigeman, D. - Weber, G.: Strategies and Requirements for a New European Geoid Determination. *Proc. of the Int. Symp. on the Definition of the Geoid*, pp. 207-219, Florence (Italy), May 26-30, 1986
- Erker, E.: A Refined Solution of the Austrian Geoid Using Modified Astronomical and Gravimetric Levelling. Paper presented at the XIXth General Assembly of the IAG, Vancouver, Canada, August, 1987
- Franke, R.: Smooth Surface Approximation by a Local Method of Interpolation at Scattered Points. Naval Postgraduate School, Monterey, California, March 1978
- Franke, R.: On the Computation of Optimal Approximation in Sard Corner Spaces. *SIAM J. Num. Anal.*, Vol. 15 1978 No. 4: p. 791-800
- Franke, R.: Smooth Interpolation of Scattered Data by Local Thin Plate Splines. *Comp. & Maths. with Appls.* Vol. 8 1982, No. 4 p. 273-281
- Fischer, I.: Gravimetric Interpolation of Deflections of the Vertical by Electronic Computer. *Bull. Géod.* Vol. 81, 1966, p. 267-275
- Gazsó, M. - Tarasova, G.: Die Bestimmung des Quasigeoids in Ungarn (auf ungarisch), *Wiss. Arb. Vol. 4 Inst. Geod. Kart. und Fernerk.*, Budapest, 1984
- Groten, E. et al: Studien zur detaillierten Geoidberechnung. *DGK Reihe B.*, Nr. 285, 1987
- Hagiwara, Y.: A New Formula for Evaluating the Truncation Error Coefficient. *Bull. Géod.*, 50/1976, p. 131-135.
- Hajela, D. P.: Optimal Estimation of High Degree Gravity Field from a Global Set of  $1^\circ \times 1^\circ$  Anom. to Degree and Order 250 OSU/DGSS Report No. 358, The Ohio State University Columbus, Ohio, 1984
- Homoródi, L.: Untersuchungen zu dem neuen ungarischen Hauptlagenetz (auf ungarisch) *Földmérési Kézlelmények 1951/1-2*
- Jekeli, Ch.: Reducing the Error of Geoid Undulation Computations by Modifying Stokes' Function. OSU/DGSS Report No. 301. The Ohio State University Columbus Ohio, 1980
- Joó, I.: The Hungarian Geodetic Horizontal and Vertical Controls, in Ed. Joó, I. - Detreköi, Á.: *Deformation Measurements/Deformationsmessungen*, Akadémiai Kiadó, Budapest 1983
- Lévai, P.: Lotabweichungsbestimmungen mit dem MOM NI-B3, (auf ungarisch), Report, Obs. Sat. Geod. des Inst. Kart. und Fernerk., Budapest 6-31-31/1988
- Marsh, J. G. et al: A New Gravitational Model for the Earth from Satellite Tracking Data: GEM-T1 *JGR Vol. 93 No. B5*, 1988
- Molodensky, M. S.: *Grundbegriffe der geodätischen Gravimetrie*. VEB Verlag Technik Berlin 1958
- Obenson, G.: Error Analysis of Deflections of the Vertical and Undulations from the Accuracies of Gravity Anomalies. *Bull. Géod.* 1973 p. 141-156
- Ostacs, O. M.: Kmetodike astronomo-gravimetriceszkoigo nivelirovanija (Methode des astrogravimetrischen Nivellements) (Manuskript, Ung. Trans. FÖMI Nr. 1781), Moskau, 1970
- Paul, M. K.: Recurrence relations for integrals associated Legendrefunctions. *Bull. Géod.* No. 52, 1978, p. 177-190
- Pellinen, L. P. - Deumlich, F.: *Theoretische Geodäsie*. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1982
- Rapp, R. H.: The Earth's Gravity Field to Degree and Order 180 Using SEASAT Altimeter Data, Terrestrial Gravity Data and Other Data. OSU/DGSS Report Nr. 322. The Ohio State University Columbus, Ohio, 1981.
- Rapp, R. H.: A FORTAN Program for the Computation of Gravimetric Quantities from High Degree Spherical Harmonic Expansion. OSU/DGSS Report No. 334. The Ohio State University Columbus, Ohio, 1982
- Rapp, R. H. - Cruz, J. Y.: Spherical Harmonic Expansions of the Earth's Gravitational Potential to Deg. 360 Using  $30'$  Mean Anomalies. OSU/DGSS Report No. 376. The Ohio State University Columbus, Ohio, 1984

- Rapp, R. H. - Wichiencharoen C.: A Comparison of Doppler Implied and Gravimetric Geoid Undulations Considering Terrain Corrected Gravity Data. JGR, Vol. 89 No, B2, 1984
- Schaffrin, B.: Das geodätische Datum mit stochastischen Vorinformationen. DGK Reihe C. Nr. 313, München 1985
- Schaffrin, B.: Merging Gauge Registrations of Minor Accuracy into a First Order Levelling Network. Paper presented to the Symp. on Height Determination & Recent Vertical Crustal Movements in Western Europe, Hannover (FRG), Sept. 15-19, 1986
- Sideris, M. G. - Schwarz, K. P.: Improvements of Medium and Short Wavelength Features of Geopot. Solutions by Local Data. Proceedings of the Int. Symp. on the Definition of the Geoid pp. 561-574, Florence (Italy), May 26-30, 1986
- Sjöberg, L. E.: Least squares modification of Stokes and Vening-Meinesz' formulas by accounting for truncation and potential coefficient errors, Manuscripta Geodaetica, Vol. 9. p. 209-229, 1984
- Sünkel, H. in ÖKIE (1983); Das Geoid in Österreich. Geod. Arbeiten Öst. für die Int. Erdmessug. Neue Folge, Bd. III, Graz 1983
- Sünkel, H. - Barthelme, N. - Fuchs, H. - Hanafy, M. - Schuh, W. D. - Wieser, M.: The Gravity Field in Austria. ÖKIE Vol. IV p. 47-75, Graz, 1987
- Szabó, Z. - Ádám, J. - Czabor, Á. - Bölcsvölgyi-Bán, M.: Schweremessungen und ihre Anwendungen in Ungarn (auf ungarisch) Geodézia és Kartográfia 41 (1989), im Druck
- Tscherning, C. C. - Forsberg, R.: Geoid Determination in the Nordic Countries from Gravity and Height Data. Proceedings of the Int. Symp. on the Definition of the Geoid p. 325-350, Florence (Italy), May 26-30, 1986
- Torge, W.: Geodesy - an Introduction. De Gruyter, Berlin - New York 1980
- Wenzel, H. G.: Zur Geoidbestimmung durch Kombination von Schwereanomalien und einem Kugelfunktionsmodell mit Hilfe von Integralformen, ZfV. 3/1981, p. 102-111
- Wenzel H. G.: Hochauflösende Kugelfunktionsmodelle für das Gravitationspotential der Erde. Wiss. Arb. der Fachr. Vermw. der Univ. Hannover Nr. 137, 1985
- Wichiencharoen, C.: A Comparison of Gravimetric Undulations Computed by the Modified Molodensky Truncation Method and the Method of Least Squares Spectral Combination by Optimal Integral Kernels. Bull. Géod. 58, 1984, p. 494-509
- Wong, L. - Gore, R.: Accuracy of Geoid Heights from Modified Stokes Kernel, Geophys. J. R. astr. Soc. Vol. 18, 1969, p. 81-92

Manuskript eingelangt im Juni 1989

Inserieren Sie  
in der ÖZ.  
Sie haben dadurch  
viele Vorteile!

**ETH** ZÜRICH

Gesucht

**Assistent**

Dipl.-Vermessungsingenieur an den Lehrstuhl für Amtliche Vermessung und Ingenieurvermessung mit Unterricht an den Abteilungen für Bauingenieurwesen sowie Kulturtechnik und Vermessung.

Interessenten werden gebeten, sich mit Prof. Dr. H. J. Matthias, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH-Hönggerberg, CH-8093 Zürich, in Verbindung zu setzen. Telefon 0041 - 1/377 32 56