



Durchgreifende Kontrolle bei terrestrischen Anschlussmessungen

Franz Blauensteiner, Wien

Dieser Beitrag wurde als „reviewed paper“ angenommen.

Kurzfassung

Wie sieht die durchgreifende Kontrolle bei terrestrischen Anschlussmessungen in Vermessungsurkunden aus bzw. wie kann die Zuverlässigkeit von geodätischen Netzen zum Zwecke der Grundstücksvermessung beurteilt werden? Diese geodätischen Netze als Grundlage für die Ableitung von Grenzpunkten unterliegen Rahmenbedingungen. Einerseits in *technischer Hinsicht* dem österreichischen Festpunktfeld, das über einen Zeitraum von über 120 Jahren entstanden ist, andererseits den *rechtlichen Rahmenbedingungen*, die in der *österreichischen Vermessungsverordnung 2010* vorgeschrieben sind. Die durchgreifende Kontrolle, also die Zuverlässigkeit, von geodätischen Netzen kann relativ einfach mit den dafür vorgesehenen Kenngrößen der Ausgleichsrechnung, wie *Innerer* und *Äußerer Zuverlässigkeit*, bestimmt werden. Inwieweit immer durchgreifende Kontrolle bei Planurkunden gegeben ist, wird anhand von Anschlussmessungen aus der Vermessungspraxis (Freie Stationierung, Polygonzug) erörtert. Weiters wird die *Vermessungsverordnung 2010* hinsichtlich der vorgeschriebenen Grenzpunktgenauigkeit untersucht. Darauf aufbauend werden mögliche Schrankenwerte für die Zuverlässigkeitsanalyse von terrestrischen Anschlussmessungen vorgeschlagen.

Schlüsselwörter: Kataster, Festpunktfeld, Zuverlässigkeit von Anschlussmessungen, Grenzpunktgenauigkeit nach Vermessungsverordnung 2010

Abstract

What is the reliability of terrestrial cadastral measurement networks within legal survey documents? These cadastral networks are subject to certain conditions, either in a technical or a legal point of view. On the one hand, the technical aspects are considered in the *Austrian control point network MGI*, which has a more than 120 years lasting history. The MGI itself roots in the *European Gradmessung*, which was established in the second half of the 19th century. On the other hand, the legal aspects, such as thresholds for point accuracy, are prescribed by the *regulation for cadastral surveying 2010*. The focus of this paper is set on the reliability of cadastral measurement networks. An overview on the theory of reliability is given and parameters to evaluate reliability are discussed, for instance the parameters of *inner* and *outer reliability*. Based on this method, cadastral measurement networks are assessed. Furthermore, the point accuracy of boundary points is investigated due to the *regulation for cadastral surveying 2010* and potential thresholds for reliability are proposed.

Keywords: cadastre, control point network, reliability of cadastral measurement networks, accuracy of boundary points according to regulation for cadastral surveying 2010

1. Einleitung

Zur Beschreibung der *Qualität* eines geodätischen Netzes gehören die *Genauigkeitsanalyse* und *Zuverlässigkeitsanalyse*. Während die Genauigkeitsanalyse sehr anschaulich unter anderem mit der Beurteilung des mittleren Punktlagefehlers oder der Fehlerellipse eines

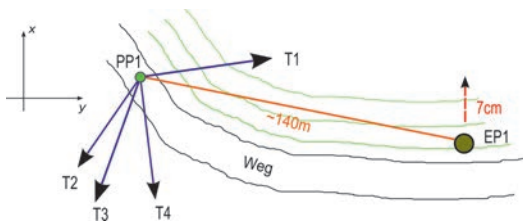


Abb. 1: Problemstellung

Netzpunktes durchgeführt werden kann, sind die Kenngrößen zur Zuverlässigkeitsanalyse mitunter nicht mehr so geläufig. Um das Bewusstsein der Zuverlässigkeit wieder etwas zu schärfen, wird die Problematik am Beispiel eines in Abbildung 1 sehr *schwach konfigurierten Anschlusses* erörtert.

Vom Messpunkt *PP1* ausgehend wurden die Strecke und Richtung zum Einschaltpunkt *EP1* (Festpunkt 6. Ordnung, vgl. Kapitel 2.1) gemessen, sowie vier weitere Richtungen zu Fernzielen, im Speziellen zu den Kirchtürmen *T1 – T4*. Es ist somit nur eine Streckenmessung zu *einem Festpunkt* vorhanden. Inwieweit ist dieser Anschluss durchgreifend kontrolliert? Was passiert mit den Koordinaten des Messpunktes *PP1* beim Vorhandensein eines groben Messfehlers? Was passiert

| Neupunkt | Y [m] | X [m] | erzielte Genauigkeiten | | |
|----------|-----------|-----------|------------------------|---------|-----------|
| | | | mY [cm] | mX [cm] | mPLG [cm] |
| PP1 | 104722,94 | 249262,04 | 0,3 | 0,3 | 0,4 |

Tab. 1: Ergebnis fehlerfreie Berechnung

mit den Koordinaten des PP1 wenn der EP1 zwar optisch in Ordnung ist, aber in seiner Lage (z.B. durch Rutschung) beeinträchtigt ist und somit die Koordinaten des Einschaltpunkts nicht mehr mit seiner Lage in der Natur übereinstimmen?

Die Kontrolle der unveränderten Lage des Festpunktes mit Hilfe der Festpunktopographie wird nur in Ausnahmefällen möglich sein, da kleine Verschiebungen, wie hier beispielhaft mit 7 cm skizziert, aus den Topographiespermaßen nicht aufdeckbar sind. Das kann nur ein durchgreifend kontrollierter bzw. zuverlässiger Anschluss. Was passiert bei *Inhomogenitäten* bzw. *Netzspannungen* im Vermessungsgebiet? Passen die Koordinaten des Einschaltpunkts aufgrund von Spannungen im Festpunktfeld nicht zu seinen Nachbarestpunkten, sind also die Nachbarschaftsbeziehungen zwischen den benachbarten Festpunkten zu ungenau, kann das ebenfalls nur ein *durchgreifend kontrollierter Anschluss* aufdecken.

Berechnen wir nun die Koordinaten des Polygonpunktes PP1, so erhalten wird das in Tabelle 1 angeführte Ergebnis.

Die Berechnung erfolgt in Form einer gezwängten Ausgleichung (Koordinaten der Festpunkte fehlerfrei), wobei die stochastischen Annahmen für die Messgenauigkeit des Tachymeters ($\sigma_R = 10^{\text{cc}}$ und $\sigma_{\text{Str}} = 3 \text{ mm} + 2 \text{ ppm}$) durch die Ausgleichung bestätigt werden. Das Ergebnis ist also sauber berechnet. Die erzielte Genauigkeit wird mit einem mittleren Punktlagefehler von 0,4 cm ausgewiesen.

Nehmen wir nun an, dass der Einschaltpunkt, wie in Abbildung 1 skizziert, über Jahre hinweg um 7 cm die Böschung hinuntergerutscht ist. Die zum Zeitpunkt der Schaffung des EP1 ermittelten Koordinaten stimmen also nicht mehr mit seiner gegenwärtigen Lage in der Natur überein. Das wird nun simuliert, indem die Koordinaten des

EP1 in X-Richtung um 7 cm verfälscht werden, die Beobachtungen bleiben unverändert. Das Ergebnis bei simuliertem Fehler und die daraus resultierende Differenz zum fehlerfreien Fall ist in Tabelle 2 dargestellt.

Wie in Tabelle 2 ersichtlich geht der 7 cm – Fehler der X-Koordinate des EP1 nahezu direkt mit 6 cm in die X-Koordinate des Messpunkts PP1 ein. Damit hätten auch die vom PP1 abgeleiteten Grenzpunkte um 6 cm verfälschte X-Koordinaten. Jetzt stellt sich noch die Frage, ob dieser Fehler im EP1 im Zuge der Ausgleichung entdeckt werden kann. Die mittlere Punktlagegenauigkeit ist kein geeignetes Maß, um diesen Fehler aufzudecken, da diese nur um wenige Millimeter schlechter ist als im unverfälschten Fall; 0,6 cm statt 0,4 cm. Das Ergebnis der Ausgleichung bei simuliertem Fehler im EP1 ist ebenfalls sauber berechnet. Der globale Modelltest schlägt nicht an und die Richtungsgenauigkeit muss nur leicht auf 15^{cc} (vgl. 10^{cc} im fehlerfreien Fall) erhöht werden, damit die leicht unterschiedlichen Gewichtseinheitsfehler apriori und aposteriori wieder übereinstimmen. Die etwas schlechtere Richtungsgenauigkeit ist kein Indiz für einen möglichen Fehler in den Daten, führt aber zum etwas größeren Punktlagefehler von 0,6 cm. Auch eine Richtungsgenauigkeit von 15^{cc} entspricht der gängigen Vermessungspraxis. Jetzt stellt sich die Frage, ob sich der Fehler im EP1 auch in den Verbesserungen der Ausgleichung niederschlägt. Anders gefragt, weisen die Verbesserungen des Ausgleichungsprotokolls auf einen Fehler hin? Dazu werfen wir noch einen detaillierteren Blick auf das Ausgleichungsergebnis. Es sind in Tabelle 3 die Verbesserungen der einzelnen Beobachtungen (Richtungen blau, Strecke orange), bei fehlerfreiem und bei fehlerbehaftetem EP1, enthalten.

Die Verbesserungen (v) sind normalverteilt, wenn die Beobachtungen nur mit zufälligen Feh-

| Neupunkt | Y [m] | X [m] | erzielte Genauigkeiten | | |
|------------------|-------------|-------------|------------------------|---------|-----------|
| | | | mY [cm] | mx [cm] | mPLG [cm] |
| PP1 | 104722,94 | 249262,10 | 0,4 | 0,4 | 0,6 |
| PP1 Soll | 104722,94 | 249262,04 | 0,3 | 0,3 | 0,4 |
| Differenz | 0 cm | 6 cm | | | |

Tab. 2: Ergebnis bei simulierter Rutschung

| Festpunkt | fehlerfrei | | fehlerbehaftet | |
|-----------|------------|-------------|----------------|-------------|
| | v[cc,mm] | lv_norml[.] | v[cc, mm] | lv_norml[.] |
| EP1 | -0,6 | 0,6 | 1,2 | 0,9 |
| T1 | 10,6 | 1,2 | 25,8 | 2,0 |
| T2 | 4,6 | 0,5 | -13,4 | 1,0 |
| T3 | -4,2 | 0,5 | -3,9 | 0,3 |
| T4 | -10,4 | 1,2 | -9,6 | 0,8 |
| EP1 | 0,2 | 0,1 | -1,1 | 1,5 |

Tab. 3: Verbesserungen; fehlerfrei vs. fehlerbehaftet

lern im Rahmen der Messgenauigkeit behaftet sind, also keinen groben Fehler enthalten. Sie haben den Erwartungswert 0 und streuen näherungsweise in der Größenordnung der Richtungs- bzw. Streckenmessgenauigkeit. Bei Blick auf die Verbesserungen im fehlerbehafteten Fall in Tabelle 3, sind keine Auffälligkeiten erkennbar, obwohl aber ein grober Fehler im EP1 enthalten ist. Sie nehmen positive wie auch negative Werte an und streuen unauffällig. Das ist schon ein erstes Indiz dafür, dass der Anschluss nicht durchgreifend kontrolliert sein kann, wenn unauffällige Verbesserungen bei Vorliegen eines groben Fehlers auftreten. Als Vergleich dazu sind in Tabelle 3 auch die Verbesserungen der fehlerfreien Ausgleichung aufgelistet. Daraus ist ersichtlich, dass die Verbesserungen im fehlerfreien Fall ähnlich jenen im fehlerbehafteten sind.

Unter Betrachtung der Ergebnisse ist wohl nicht von einem durchgreifend kontrollierten oder einem zuverlässigen Anschluss zu sprechen. Jetzt stellt sich die Frage, wie und ab welcher Größe eine Verschiebung im EP1 aufgedeckt werden kann? Bevor diese Frage beantwortet wird, stellt das folgende Kapitel die Rahmenbedingungen von terrestrischen Anschlüssen zusammen und es wird auch dargestellt, welche Genauigkeiten die österreichische Vermessungsverordnung 2010 für Grenzpunkte vorschreibt.

2. Rahmenbedingungen

Geodätische Anschlussmessungen sind Rahmenbedingungen unterworfen. Einerseits in technischer Hinsicht dem österreichischen Festpunktfeld, andererseits in rechtlicher dem österreichischen Vermessungsgesetz und der Vermessungsverordnung 2010 – VermV2010.

2.1 Österreichisches Festpunktfeld MGI

Um verstehen zu können, warum es zu Netzspannungen im österreichischen Festpunktfeld kommen kann, ist die Entstehungsgeschichte des Festpunktfeldes zu betrachten. Dazu müssen

wir ans Ende des 19. Jahrhunderts zurückgehen. Damals vor ca. 120 Jahren war der Wunsch den Kataster auf eine einheitliche numerische Basis zu stellen, wofür ein einheitliches Koordinatensystem notwendig geworden war. Die Wurzeln dieses noch heute katastertechnisch relevanten Festpunktfeldes liegen nach [3] im in der zweiten Hälfte des 19. und zu Beginn des 20. Jahrhundert angelegten Gradmessungsnetz. Dieses wurde in Zusammenarbeit europäischer Staaten zur Erforschung der Erdgestalt konzipiert. Von diesem Gradmessungsnetz bestehen bis heute noch 40 Festpunkte, die mit unveränderten Koordinaten Teil der Triangulierungspunkte 1. Ordnung sind. Das österreichische Festpunktfeld ist streng hierarchisch aufgebaut. Ein Überblick über die Anzahl und den mittleren Punktabstand der einzelnen Festpunkthierarchien (Ordnungen) ist in Tabelle 4 dargestellt. Diese Daten stammen aus dem Festpunktverwaltungssystem PVS des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen.

| Festpunkte MGI | | |
|----------------|-----------------------|----------------|
| Ordnung | mittlere Abstand [km] | Anzahl |
| 1 | 35 | 132 |
| 2 | 18 | 431 |
| 3 | 11 | 1.561 |
| 4 | 4 | 8.749 |
| 5 | 1 | 47.580 |
| 6 | 300–500 m | 188.303 |
| Summe: | | 246.756 |

Tab. 4: Hierarchisches Festpunktfeld (Stand März 2014)

In Summe gibt es heute ca. 58.500 Triangulierungspunkte, das sind jene der 1.–5. Ordnung. Stabilisiert sind diese Triangulierungspunkte in der Regel mit Granitsteinen, im Untergrund versichert mit einem Eisenrohr und einer Klinkerplatte, womit bei Beschädigung des Steins dessen ursprüngliche Lage bei Unversehrtheit des Eisenrohrs und der Klinkerplatte wieder hergestellt werden kann. Ein Triangulierungspunkt kann

aus mehreren Stabilisierungen bestehen, zum Beispiel der Knauf eines Kirchturms, ein Gipfelkreuz, etc. In Summe gibt es ca. 90.000 Stabilisierungen der Triangulierungspunkte. Zwischen 1927 und 1958 erfolgte eine vollkommene Neuvermessung der 1. Ordnung unter Einbeziehung der übernommenen 40 Gradmessungspunkte. Zu dieser Zeit waren ausschließlich Richtungsbeobachtungen möglich. Der Maßstab des Netzes stammt aus der Streckenmessung der Basis in Josefstadt (Böhmen). Die Ersteinmessung der Basis erfolgte 1862, eine weitere mit Invardrähten 1918. Bei der Bestimmung der Koordinaten aus den Richtungsmessungen konnten zur damaligen Zeit keine Ausgleichungsverfahren über das ganze Netz durchgeführt werden. Stattdessen wurden die einzelnen Dreiecke Schritt für Schritt berechnet. Diese schrittweise Bestimmung der Festpunkte führte an den Nahtstellen mitunter zu größeren Netzspannungen. Diese Spannungen verteilen sich dann bei der weiteren Verdichtung des Netzes, je nach Netzkonfiguration. In den ersten drei Ordnungen war aufgrund der größeren Punktabstände die Netzkonfiguration noch eher unabhängig vom Gelände und konnte damit positiv beeinflusst werden. Es wurden in der Regel exponierte Punkte derart gewählt, dass regelmäßige Dreiecke entstanden. Je geringer der Punktabstand in den niedrigeren Ordnungen wurde, umso mehr musste sich das Netz an die Topographie anpassen.

In den Ordnungen 4 und vor allem 5 konnten dann auch schon *elektronische Streckenmessungen* eingesetzt werden. Eine weitere Quelle für Netzspannungen besteht darin, dass bei einer Vielzahl an Punkten der 4. und 5. Ordnung die *Lotabweichung* nicht berücksichtigt wurde, da diese erst flächendeckend am Ende der 1980er Jahre zur Verfügung stand. Dieses Problem tritt vor allem bei steilen Visuren auf, wobei die Auswirkung auf die Koordinaten bis zu einigen Dezimeter betragen kann.

Ausgehend von den fünf Ordnungen der Triangulierungspunkte wurde eine weitere Verdichtung in Form der *Einschaltpunkte (Festpunkte 6. Ordnung)* vorgenommen. Stabilisiert sind diese in der Regel mit Metallmarken, zum Teil auch mit Steinen. Auf eine Versicherung durch Rohr und Klinkerplatte wurde bei den Einschaltpunkten fast immer verzichtet. Bestimmt wurden sie größtenteils aus Richtungs- und Streckenbeobachtungen, wobei ca. 40.000 davon *photogrammetrisch* aus Luftbildern abgeleitet wurden. Diese Photo EP stellen eine weitere Quelle der Netzspannungen im Festpunktfeld dar. Weiters

übertragen sich die bereits in den Triangulierungspunkten vorhandenen Netzspannungen, je nach Netzkonfiguration, auf die Einschaltpunkte.

Von diesen mitunter spannungsbehafteten Festpunkten wurden bis heute ca. 31 Millionen Grenzpunkte abgeleitet. Sichtbar werden diese Spannungen durch Einsatz von Satellitenpositionierungssystemen, aber auch bei durchgreifend kontrollierten terrestrischen Anschlussmessungen. Sind die Netzspannungen so groß, dass bei den geodätischen Anschlussmessungen für Planurkunden eine mittlere Punktlagegenauigkeit der Polygonpunkte von 4 cm überschritten wird, erfolgt die Grenzpunktbestimmung in einem lokalen System (siehe Kapitel 2.2). Dieses lokale System entsteht durch freie Ausgleichung der Anschlussmessung. Bei Lagerung dieses freien Netzes auf den Festpunkten, gehen die Netzspannungen direkt hervor.

Zusammenfassend sind die Quellen der Netzspannungen nochmals aufgelistet:

- Keine Ausgleichung der 1. Ordnung in einem Guss, streng hierarchische Punktbestimmung
- Klaffungen, die schon in der höheren Ordnung bestehen, übertragen sich je nach Netzkonfiguration
- Zum Teil keine Berücksichtigung der Lotabweichung
- Zum Teil ungünstige Netzkonfiguration in den niedrigeren Ordnungen (Topographie)
- Verdichtung durch zahlreiche Teilnetze, womit es zu Spannungen an diesen Operatsgrenzen kommen kann
- Einschaltpunkte sind zum Teil photogrammetrisch bestimmt

Neben den aus der Entstehung stammenden Netzspannungen, kann es natürlich auch zu Netzspannungen kommen, wenn sich der Festpunkt in der Natur in seiner Lage verändert hat, sei es durch Fremdeinwirkung (zum Beispiel Beschädigung durch Fahrzeug) oder Rutschen des gesamten Hanges. Rutschpunkte können dann ausfindig gemacht werden, wenn zumindest zwei, zu verschiedenen Zeitpunkten unabhängig vorgenommene, Messungen des Festpunktes vorliegen und diese in einem spannungsfreien Koordinatensystem ausgewertet werden. 28.000 Triangulierungspunkte wurden seit 1989 statisch mit GNSS im *System ETRS89* bestimmt. Die verbleibenden rund 30.000 werden durch Neuausgleichung der alten sehr guten Messdaten, gelagert auf den bereits mit GNSS bestimmten Festpunkten, neu ausgeglichen. Damit können

die Koordinaten der Festpunkte zu verschiedenen Epochen, die zum Teil mehrere Jahrzehnte auseinander liegen, bestimmt werden. Beispielfähig sind einige Triangulierungspunkte im Iseltal ca. 10 km nordwestlich von Lienz in Ostriol in Abbildung 2 dargestellt.

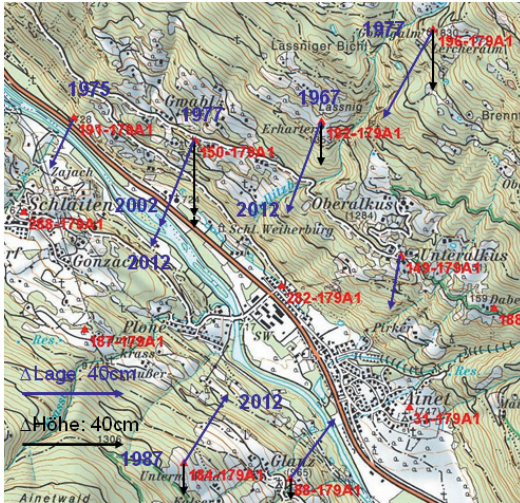


Abb. 2: Rutschungen

In Abbildung 2 sind Rutschungen in Richtung Tal von mehr als 40 cm über ca. 40 Jahre hinweg sichtbar. Jetzt stellt sich natürlich die Frage, ob von diesen Festpunkten Vermessungsurkunden abgeleitet wurden? Welche Lage in der Natur hatte der Festpunkt zum Zeitpunkt der Planerstellung? Sind damals Probleme bei den Anschlussmessungen aufgetreten? Aufdeckbar sind solche Rutschungen nur durch ein durchgreifend kontrolliertes Netz. Spannungen bzw. Rutschungen müssen aufgrund der Netzanordnung sichtbar sein und dürfen nicht unbemerkt in die Koordinaten der Polygonpunkte einfließen. Dies führt zu großen Problemen bei einer späteren Rücksteckung der Grenze, wenn entweder der verwendete Festpunkt weitergerutscht ist, oder nicht mehr dieselbe Anschlusskonfiguration möglich ist. Eine Trennung zwischen einer Veränderung der Grenzpunkte und Problemen bei den Festpunkten ist dann nur schwer möglich.

2.2 Rechtliche Rahmenbedingungen

Im Folgenden werden die rechtlichen Bestimmungen der *Vermessungsverordnung 2010* bezüglich des Anschlusses an das Festpunktfeld wiederholt und die maßgebenden Bestimmungen herausgestrichen.

§ 3 Anschluss an das Festpunktfeld

§ 3. (1) Die Koordinaten der Messpunkte, die für Vermessungen gemäß § 36 VermG erforderlich sind, sind durch einen durchgreifend kontrollierten und überbestimmten Anschluss an die den Grenzpunkten nächstgelegenen Festpunkte zu ermitteln. Dabei sind die nach dem Stand der Wissenschaft und Technik geeigneten Methoden zu wählen, die die Einhaltung der Genauigkeitsanforderungen des § 6 gewährleisten.

(2) Übersteigt die mittlere Punktlagegenauigkeit der Messpunkte beim Anschluss an das Festpunktfeld die unter § 6 angeführten Genauigkeitsgrenzen, so ist dem Plan das Ergebnis eines freien Ausgleichs anzuschließen, aus dem die Differenzen zu den verwendeten Festpunkten hervorgehen.

(3) Im Falle der Verwendung von „ETRS89-Koordinaten“ der Festpunkte aus dem Positionierungsdienst gemäß § 1 Z 1 lit. a VermG genügt es, die vom BEV gemäß § 1 Z 5 veröffentlichten ETRS89-Koordinaten der nächstgelegenen Festpunkte zur Berechnung der gemessenen Punkte im geodätischen Bezugssystem heranzuziehen, ohne auf diesen Punkten selbst eine Messung vorzunehmen. In diesem Fall ist die Messung der Punkte mit dem Satelliten-Positionierungsdienst APOS durchzuführen. Wird ein anderer Satelliten-Positionierungsdienst verwendet, so sind die nächstgelegenen Festpunkte in die Messung einzubeziehen.

(4) Dauerhaft stabilisierte Messpunkte können an Stelle von Festpunkten als Standpunkte verwendet werden, wenn diese gemäß Abs. 1 an das Festpunktfeld angeschlossen worden sind und deren technische Unterlagen im Grenzkataster enthalten sind.

(5) Die Stabilisierung der als Standpunkte verwendeten Festpunkte oder Messpunkte ist auf ihre unveränderte Lage in der Natur zu überprüfen.

§ 6 Genauigkeit der Messungen

§ 6. (1) Die Bestimmung der Messpunkte ist so vorzunehmen, dass eine mittlere Punktlagegenauigkeit der einzelnen Messpunkte von 4 cm unter der Annahme fehlerfreier Festpunkte nicht überschritten wird.

(2) Die Bestimmung der Grenzpunkte ist so vorzunehmen, dass bei Kontrollmessung eine maximale Abweichung von 5 cm nicht überschritten wird.

Die Koordinaten der Messpunkte sind somit nach § 3(1,5) und § 6 folgendermaßen zu bestimmen:

- durchgreifend kontrolliert
- überbestimmt
- durch Anschluss an nächstgelegene Festpunkte
- mit Methoden, die dem Stand der Wissenschaft und Technik entsprechen

- mittlere Punktlagegenauigkeit kleiner als 4 cm, bei Annahme fehlerfreier Festpunkte
- Stabilisierungen der als Standpunkte verwendeten Festpunkte sind auf unveränderte Lage zu überprüfen

Der Begriff „durchgreifend kontrollierter Anschluss“ ist gleichbedeutend mit einem *zuverlässigen, vertrauenswürdigen, sicheren Anschluss*. Das bedeutet, dass die zu bestimmenden Koordinaten der Messpunkte durch ausreichend kontrollierte, überbestimmte Messungen vor groben Fehlern geschützt sind. Mit anderen Worten: auftretende Fehler werden erkannt. In [9] wird die durchgreifende Kontrolle nicht weiter definiert. Es wird jedoch in der *Anmerkung 2* zum §3 *VermV2010* davon gesprochen, dass *alle Methoden zugelassen sind, die die Anforderungen an die Genauigkeit und Zuverlässigkeit erfüllen*. In [8], in der 1. Auflage des Kataster- und Vermessungsrechts, fasst Twaroch den Begriff noch etwas enger. Als *Anmerkung 2* zum §2 der damals gültigen *VermV1994* schreibt er anschließend an obige Aussage, dass *die Messanordnung eine Absicherung der Lagegenauigkeit gegenüber unvermeidlichen Messfehlern und groben Messfehlern sicherstellen muss*. Diese Anforderungen an die Bestimmung der Messpunkte sind durch geeignete Wahl der *Netzgeometrie (Messanordnung)* zu erfüllen. Das beinhaltet die Anzahl und räumliche Verteilung der verwendeten Festpunkte und zu welchen von diesen neben der Richtungsmessung auch eine Streckenmessung durchgeführt wird. In diesem Zusammenhang ist auch der §5 *VermV2010* von Bedeutung, der definiert wie Grenzpunkte zu überprüfen sind.

§5 Überprüfung und Vermessung der Grenzpunkte

§5. (1) *Die Art der Kennzeichnung der in die Vermessung einbezogenen Grenzpunkte ist in der Natur zu erheben. Grenzpunkte, für die numerische Unterlagen vorliegen und die zum Zeitpunkt einer vorausgehenden Vermessung gemäß §845 ABGB gekennzeichnet worden sind, sind auf ihre unveränderte Lage zu überprüfen. Fehlende Kennzeichnungen sind zu erneuern.*

- (2) *Grenzzeichen sind hinsichtlich ihrer Lage als unverändert anzusehen, wenn ihre Kennzeichnung offensichtlich physisch ident ist und die Differenz, die sich aus den bisherigen und den zur Kontrolle bestimmten Sperrmaßen ergibt, nicht größer als 5 cm ist.*
- (3) *Bei Grenzzeichen, deren Kennzeichnung offensichtlich physisch nicht ident ist, ist die unveränderte Lage der überprüften Grenzpunkte auf Grund der Befehle und der Zuverlässigkeit bei deren Übertragung in*

die Natur zu beurteilen. Für die Beurteilung sind die zum Zeitpunkt der Erstellung der vorhandenen Befehle gültigen Genauigkeitsvorschriften unter Beachtung der Nachbarschaftsbeziehungen anzuwenden.

(4) *Die Koordinaten der Grenzpunkte sind bezogen auf die nächstgelegenen Fest- oder Messpunkte kontrolliert zu bestimmen, wobei die Einhaltung der Genauigkeitsanforderungen des §6 zu gewährleisten ist. Sind alle Grenzpunkte vom nächstgelegenen Festpunkt aus messbar, so ist die Verwendung nur dieses Festpunktes als Standpunkt ausreichend.*

(5) *Neue Grenzpunkte, die in bestehende Grenzen zu liegen kommen, sind in diese einzurechnen. Die Koordinaten dieser Grenzpunkte können ohne Verwendung der nächstgelegenen Fest- oder Messpunkte bestimmt werden, wenn*

1. *die neuen Grenzpunkte zwischen Grenzpunkten des Grenzkatasters eingerechnet und eingefluchtet werden und*
2. *die Lage der zum Einrechnen und Einfluchten verwendeten Grenzpunkte unverändert ist.*

§5(4) *VermV2010* erlaubt ausdrücklich die Verwendung eines einzigen Festpunkts, wenn von diesem alle Grenzpunkte gemessen werden können. Ist jedoch dieser Festpunkt gerutscht oder verschoben, stimmen also die Koordinaten dieses Festpunktes mit der Lage in der Natur nicht mehr überein, geht dieser Fehler unmittelbar in die Koordinaten der Grenzpunkte. Diese Anschlussmethode ist damit nicht durchgreifend kontrolliert und eher als problematisch zu beachten.

Nicht nur die Messpunkte sind kontrolliert zu bestimmen, sondern auch die Grenzpunkte, wie im ersten Satz von §5(4) beschrieben. Nach [9] ist diese Kontrolle durch eine unabhängige Messung oder durch Messen der Sperrmaße vorzunehmen, wobei bei dieser Kontrollmessung der Grenzpunkt um *maximal 5 cm* abweichen darf (§6(2) *VermV2010*). Es ist zu betonen, dass diese *5 cm nicht einer Rücksteckgenauigkeit* bei einer Grenzvermessung zu einem späteren Zeitpunkt entsprechen, da ja die Anschlussverhältnisse bei einer späteren Grenzvermessung ganz andere sein können. Jetzt stellt sich natürlich die Frage, wie genau ein Grenzpunkt nach der *VermV2010* bestimmt werden kann? Mit anderen Worten: Welche Punktlagegenauigkeit weist ein nach der *VermV2010* bestimmter Grenzpunkt maximal auf?

2.3 Welche Punktlagegenauigkeit hat ein Grenzpunkt?

Zur Beschreibung der Genauigkeit bedient sich die Vermessungsverordnung der *mittleren Punkt-*

lagegenauigkeit (mPLG). Nach [6] drückt die Genauigkeit aus, wie präzise die Unbekannten bestimmt wurden. Sie ist also ein Maß, wie präzise die Unbekannten an deren Erwartungswert, bzw. wenn keine systematischen Abweichungen vorliegen dem wahren Wert, angenähert werden.

In der VermV2010 wird die mittlere Punktlagegenauigkeit folgender Maßen definiert:

§1Z13 *Mittlere Punktlagegenauigkeit: Die mittlere Punktlagegenauigkeit ist ein empirischer Wert, der die Genauigkeit der Lage von Fest-, Mess- und Grenzpunkten definiert. Der Betrag der mittleren Punktlagegenauigkeit wird aus der Berechnung von Neupunkten im vorgegebenen, zum Teil inhomogenen Festpunktfeld abgeleitet.*

Im Speziellen definiert der §1 VermV2010 auch noch die Genauigkeiten der Festpunkte:

§1Z8 *Festpunkt, Festpunktfeld: Festpunkte sind auf Dauer stabilisierte Punkte, deren Lage und teilweise auch Höhe im geodätischen Bezugssystem bestimmt sind. Es sind dies die Triangulierungs- und Einschaltpunkte. Die Koordinaten der Festpunkte haben innerhalb eines topografisch abgegrenzten Bereiches eine mittlere Punktlagegenauigkeit von maximal 5 cm für Triangulierungspunkte und von maximal 7 cm für Einschaltpunkte. Die Gesamtheit der Festpunkte bildet das Festpunktfeld.*

Zu jeder statistischen Kenngröße gehört natürlich auch ein Vertrauens- bzw. Konfidenzbereich. Dieser gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit sich die berechnete Unbekannte innerhalb des

Genauigkeitsmaßes befindet. Also bei der mittleren Punktlagegenauigkeit bzw. mittlerem Punktlagefehler die Wahrscheinlichkeit, dass sich der Punkt innerhalb der mittleren Punktlagegenauigkeit befindet. Bei der einfachen mittleren Punktlagegenauigkeit, die von den Auswerteprogrammen standardmäßig ausgegeben wird, beträgt der Konfidenzbereich nach [4] 63%. Sie kann dabei als Kreis um den berechneten Neupunkt verstanden werden, dessen Radius dem Betrag der mittleren Punktlagegenauigkeit entspricht. Zu beachten ist, dass dieser Konfidenzbereich (63% statt 68%) etwas geringer ist als bei der Standardabweichung, die die Genauigkeit von eindimensionalen Größen beschreibt (Koordinate, Höhe, Strecke, etc.). Die Ursache liegt darin begründet, dass beim zweidimensionalen Genauigkeitsmaß, also der mittleren Punktlagegenauigkeit, das Volumen einer um ihre Symmetrieachse rotierenden Gauß'schen Glockenkurve das Wahrscheinlichkeitsniveau bestimmt, und nicht wie im eindimensionalen Fall die Fläche unter der Gauß'schen Glockenkurve. Für weitere Informationen über den Konfidenzbereich der mittleren Punktlagegenauigkeit sei auf [4] und [10] verwiesen. Ein weiteres zweidimensionales Genauigkeitsmaß stellt die Helmertsche Fehlerellipse dar. Sie weist einen Konfidenzbereich bei hinreichender Überbestimmung von 39% auf. Der mathematische und statistische Zusammenhang zwischen der mittleren Punktlagegenauigkeit und der Helmertschen Fehlerellipse kann in [10] nachgeschlagen werden. Im Weiteren wird

Standardabweichung σ

- Genauigkeitsmaß für eindimensionale Größen, z.B. Koordinate, Strecke, Richtung, etc.;
- Strecke $S = 50\text{ m}$ $\sigma = 2\text{ cm}$

| σ | Intervall [m] | P [%] S innerhalb | P [%] S außerhalb |
|------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| 1 σ | 48,98 < 50 < 50,02 | 68,30 % | 31,70 % |
| 2 σ | 48,96 < 50 < 50,04 | 95,40 % | 4,60 % |
| 3 σ | 48,94 < 50 < 50,06 | 99,70 % | 0,30 % |

Mittlere Punktlagegenauigkeit mPLG

- Genauigkeitsmaß für zweidimensionale Punktlage;
- P1: mPLG = 2 cm

| mPLG | Radius [cm] | P [%] P1 innerhalb | P [%] P1 außerhalb |
|-------------|-------------|--------------------|--------------------|
| mPLG (1) | 2 | 63,20 % | 36,80 % |
| mPLG (1,75) | 3,5 | 95,40 % | 4,60 % |
| mPLG (2,4) | 4,8 | 99,70 % | 0,30 % |
| mPLG (3) | 6 | 99,99 % | 0,01 % |

Abb. 3: Standardabweichung vs. Punktlagegenauigkeit

ausschließlich die mittlere Punktlagegenauigkeit als zweidimensionales Genauigkeitsmaß betrachtet, da sie in den österreichischen vermessungstechnischen Rechtsvorschriften verwendet wird. In Abbildung 3 sind die Genauigkeitsmaße Standardabweichung und mittlere Punktlagegenauigkeit gegenübergestellt.

Aus Abbildung 3 ist ersichtlich, dass die *mittlere Punktlagegenauigkeit* mit dem Faktor 2,4 multipliziert werden muss, um einen Konfidenzbereich von 99,7% zu erhalten. Bei der *eindimensionalen Standardabweichung* ist es der Faktor 3. Wird nun von *Fehlergrenzen* oder *maximaler Abweichung* gesprochen, so implizieren diese Wörter obere Schranken. Ist nun die Fehlergrenze von Grenzpunkten (GP) gesucht, so ist wohl die *mittlere Punktlagegenauigkeit mit einem Konfidenzbereich von 99,7% heranzuziehen*.

Wie genau können nach der *VermV2010* Grenzpunkte bestimmt werden? Wo liegt die obere Schranke? In Abbildung 4 sind die Einflussfaktoren, die die Genauigkeit des Grenzpunktes beeinflussen, dargestellt.

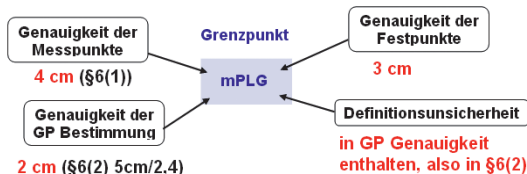


Abb. 4: Punktlagegenauigkeit Grenzpunkt

Die *Grenzpunktgenauigkeit* setzt sich aus der Genauigkeit der beteiligten Festpunkte, der Genauigkeit der aus den Festpunkten abgeleiteten Messpunkten und der Genauigkeit der Grenzpunktbestimmung zusammen. Die in Abbildung 4 in rot dargestellten Punktlagegenauigkeiten beziehen sich auf einen *Konfidenzbereich von 63%*, also der *einfachen mittleren Punktlagegenauigkeit*.

Die Festpunkte sind nun in §128 *VermV2010* mit einer mittleren Punktlagegenauigkeit von *maximal 5 cm* für Triangulierungspunkte und von *maximal 7 cm* für Einschaltpunkte definiert, mit dem Zusatz *im topographisch abgegrenzten Bereich*. Bei früheren als auch gegenwärtigen Netzausgleichungen durch die Abteilung Grundlagen des BEV zeigt sich, dass mittlere Punktlagegenauigkeiten (63%) von *kleiner als 2 cm bei Triangulierungspunkten* und *kleiner als 3 cm bei Einschaltpunkten* erreicht werden. Die in der *VermV2010* angegebenen höheren Werte entstanden durch Schätzung unter Berücksichti-

gung von Netzspannungen, Messgenauigkeiten der Richtungs- und Streckenmessung und der photogrammetrischen Auswertegenauigkeit. Jetzt ist es natürlich sehr schwierig eine gemeinsame mittlere Punktlagegenauigkeit für alle Festpunkte zu definieren, seien sie nun spannungsbehaftet oder spannungsfrei. Daher sollten die Probleme der Netzspannungen und der photogrammetrisch bestimmten Einschaltpunkte aus der mittleren Punktlagegenauigkeit für die Festpunkte herausgehalten werden. Entscheidend für die Größe des mittleren Punktlagefehlers der Festpunkte sind dann ausschließlich die Geometrie des Verdichtungsnetzes und die zufälligen Messgenauigkeiten der eingesetzten Messgeräte. Damit erhalten wir die in Abbildung 4 angeführten 3 cm bei den Festpunkten. Spannen nun die Festpunkte im Vermessungsgebiet, so wird sich dieser Umstand durch eine entsprechend große mittlere Punktlagegenauigkeit *bei den aus den Festpunkten abgeleiteten Messpunkten (Polygonpunkten)* zeigen. Der mittlere Punktlagefehler der Messpunkte ergibt sich aus einer gezwungenen Ausgleichung der Anschlussmessung, in dem die *Festpunkte*, wie in §6(1) *VermV2010* beschrieben, *fehlerfrei* also *varianzfrei* eingehen. Er beschreibt somit die Relativgenauigkeit der Messpunkte zu den beteiligten Festpunkten. Sind die Spannungen so groß, dass eine mittlere Punktlagegenauigkeit (63%) von 4 cm nicht eingehalten werden kann, so sind nach §3(2) *VermV2010* die Messpunkte aus einer *freien Ausgleichung* zu bestimmen, in dem die Klaffungen in den Festpunkten sichtbar werden. Voraussetzung, dass sich die Spannungen im Festpunktfeld in größeren Verbesserungen und damit in der mittleren Punktlagegenauigkeit niederschlagen, ist die durchgreifende Kontrolle, also die Zuverlässigkeit der Anschlussmessung. Grobe Netzspannungen müssen aufdeckbar sein und sich in den Verbesserungen niederschlagen und dürfen nicht unbemerkt in die Koordinaten der Messpunkte und damit der Grenzpunkte eingehen.

Die Genauigkeit der Grenzpunktbestimmung legt der §6(2) *VermV2010* fest. Die maximale Abweichung bei einer Kontrollmessung im Zuge der Grenzpunktbestimmung darf *maximal 5 cm* betragen. Soll die maximale Abweichung in Form der mittleren Punktlagegenauigkeit ausgedrückt werden, ist jene mit einem Konfidenzbereich von 99,7% zu wählen. Das entspricht einer mittleren Punktlagegenauigkeit (63%) von gerundet 2 cm (5 cm dividiert durch den Faktor 2,4). Eine etwaige Definitionssicherheit sollte mit dieser 5 cm

Schranke abgedeckt sein und wird daher nicht mehr explizit berücksichtigt. Eine obere Schranke für die Grenzpunktgenauigkeit berechnet sich nun nach Formel (1).

$$mPLG(99,7\%)_{GP} \leq 2,4\sqrt{3cm^2 + 4cm^2 + 2cm^2} \cong 13cm \quad (1)$$

Wie genau kann nun eine Grenze bei einer späteren Grenzvermessung rekonstruiert werden? Das hängt entscheidend davon ab, inwieweit die Anschlussverhältnisse der Vermessungsurkunde, in dem der abzusteckende Grenzpunkt bestimmt wurde, noch vorhanden sind bzw. wiederhergestellt werden können. Sind Messpunkte (Polygonpunkte) und Festpunkte unverändert vorhanden, dann wird die Rücksteckgenauigkeit nach §6(2) *maximal 5 cm* betragen. In allen übrigen Fällen kann sie bis zur in Formel (1) angegebenen oberen Schranke von *13 cm* anwachsen. Wie in §5(3) *VermV2010* definiert, ist die unveränderte Lage der Grenzpunkte *auf Grund der Behelfe und der Zuverlässigkeit bei deren Übertragung in die Natur* zu beurteilen. Am stärksten beeinflusst wird die Rücksteckgenauigkeit von den Festpunkten. Sind diese nicht mehr unverändert, oder bestehen Netzspannungen, wird sich das durch eine entsprechend große mittlere Punktlagegenauigkeit der Messpunkte äußern. Wie schon erwähnt, übersteigt die mittlere Punktlagegenauigkeit (63%) der Messpunkte *4 cm*, so ist die Anschlussmessung frei auszugleichen, womit die von diesen frei ausgeglichenen Messpunkten abgeleiteten Grenzpunkte in einem lokalen System bestimmt werden. Diese obere Schranke für die Rücksteckung von Grenzpunkten gilt für Vermessungsurkunden nach *VermV2010*. Für die Rücksteckgenauigkeit von Grenzpunkten aus älteren Urkunden, sind die zum damaligen Zeitpunkt gültigen Rechtsvorschriften heranzuziehen.

Die *VermV2010* fasst die Überprüfung der unveränderten Lage von *offensichtlich physisch identen Grenzpunkten* noch etwas enger. Unter physisch ident sind dabei Grenzpunkte zu verstehen, die optisch nicht beschädigt sind und deren Stabilisierung sich seit dem Zeitpunkt der Bestimmung des Grenzpunktes nicht verändert hat. Das bedeutet, die Stabilisierungsart der Urkunde entspricht der Stabilisierung in der Natur; Metallmarke ist Metallmarke, Mauereck ist Mauereck. Dann sind diese offensichtlich physisch identen Grenzpunkte in ihrer Lage unverändert, wenn die *Differenz, die sich aus den bisherigen und den zur Kontrolle bestimmten Sperrmaßen ergibt, nicht größer als 5 cm ist*. Mit einer Sperr-

maßdifferenz ist es nur möglich, eine *relative Veränderung der Grenzpunkte* festzustellen. Diese Sperrmaßdifferenz kann zum Beispiel durchaus eingehalten sein, wenn ganze Grundstücke um einen Meter gerutscht sind. Rechtsverbindlich sind im Grenzkataster die Koordinaten des Grenzpunktes. Daher ist das erste Kriterium bei der Rücksteckung von Grenzpunkten die Rücksteckgenauigkeit von *maximal 13 cm* nach Formel (1). Ist diese eingehalten und sind die Grenzpunkte offensichtlich physisch ident, dann muss auch die *Sperrmaßdifferenz kleiner als 5 cm betragen*, um von der unveränderten Lage des Grenzpunktes sprechen zu können.

3. Zuverlässigkeitsanalyse von terrestrischen Anschlüssen

Um grobe Fehler in der Anschlussmessung aufdecken zu können, bedarf es einer durchgreifend kontrollierten Anschlussmessung. Beispielhaft werden mögliche grobe Fehlereinflüsse, die bei einer Anschlussmessung auftreten können, aufgelistet:

Messfehler:

- Fehler in der Zielpunktsansprache
- Falsche Reflektorkonstante in der Streckenmessung
- Zentrierfehler beim Aufstellen des Stativs, etc.

Fehler im Festpunktfeld:

- Netzspannungen
- Festpunkt verändert durch Rutschung
- Festpunkt verändert durch Fremdeinflüsse (Traktoren, etc.)

All diese Fehler sollen durch entsprechend große Verbesserungen in der Ausgleichung und damit durch eine entsprechend größere mittlere Punktlagegenauigkeit sichtbar werden. Mit anderen Worten, grobe Fehler sollen nicht unbemerkt in die Koordinaten der Neupunkte der Ausgleichung und damit in weiterer Folge in die Grenzpunkte eingehen. Genau das passiert, wenn der Anschluss nicht durchgreifend kontrolliert ist.

3.1 Kenngrößen zur Beurteilung der durchgreifenden Kontrolle

Welche Kenngrößen erlauben nun die Beurteilung, ob ein Anschluss durchgreifend kontrolliert ist? Dies ist eng mit der Frage verknüpft, inwieweit die einzelnen Beobachtungen durch andere kontrolliert sind. Dazu gibt es in der Ausgleichungsrechnung die so genannten *Redundanzanteile (r)*. Diese können Werte zwischen 0% und 100% annehmen. Eine Beobachtung mit

einem *Redundanzanteil* von 100% ist zu 100% durch andere Beobachtungen kontrolliert. Ist eine solche Beobachtung durch einen groben Fehler verfälscht, hat das für das Endergebnis keine negativen Auswirkungen. Diese Beobachtung erhält im Zuge der Ausgleichung einfach eine entsprechend große Verbesserung.

Im Gegensatz dazu ist eine Beobachtung mit einem *Redundanzanteil* von 0% überhaupt nicht durch andere Beobachtungen kontrolliert. Diese Beobachtung geht direkt in das Endergebnis der Ausgleichung ein, auch dann wenn sie falsch ist! Die Redundanzanteile werden größtenteils durch die Netzgeometrie beeinflusst, also durch die Anzahl und Art der Beobachtungen und die Anzahl und räumliche Verteilung der Netzpunkte. Nach [5] sollten die Redundanzanteile größer als 30% sein, damit Netze durchgreifend kontrolliert sind. Bei Interesse ist dort auch die exakte Berechnung der Redundanzanteile nachzulesen.

Wie sehen nun die Redundanzanteile unseres Beispiels mit einer 7 cm Verschiebung des EP1 aus? Die Redundanzanteile sind dargestellt.

| Festpunkt | v [cc, mm] | lv_norml [] | r [%] |
|-----------|--------------|-----------------|---------|
| EP1 | 1,2 | 0,9 | 0,7 |
| T1 | 25,8 | 2,0 | 72,9 |
| T2 | -13,4 | 1,0 | 74,2 |
| T3 | -3,9 | 0,3 | 73,5 |
| T4 | -9,6 | 0,8 | 73,5 |
| EP1 | -1,1 | 1,5 | 5,2 |

Tab. 5: Redundanzanteile

Die Richtungsbeobachtungen zu den Fernzielen T1–T4 haben Redundanzanteile zwischen 70% und 75%. Sie sind also sehr gut untereinander kontrolliert. Im Gegensatz dazu hat die Richtungsbeobachtung zum EP1 nur einen Redundanzanteil von 0,7%. Diese Beobachtung ist also so gut wie unkontrolliert. Tritt ein Fehler in dieser Beobachtung auf, geht er nahezu direkt ins Endergebnis ein. Das ist auch der Grund warum bei unserer Fehlersimulation der 7 cm Fehler im Zuge der Ausgleichung nicht entdeckt wird. Dieser Fehler in der X-Koordinate des EP1 kann nämlich größtenteils als Richtungsfehler der gemessenen Richtung vom PP1 zum EP1 interpretiert werden, siehe dazu Abbildung 1. Die einzige Streckenmessung hat ebenfalls einen relativ geringen Redundanzanteil, nämlich 5,2%. Auch das erscheint logisch, da die einzige Strecke nur durch einen Rückwärtsschnitt kontrolliert werden kann. Die Redundanzanteile sind damit ein geeignetes Maß zur Beurteilung der

durchgreifenden Kontrolle eines terrestrischen Anschlusses.

Sehr hilfreich sind auch noch zwei weitere Kenngrößen der Ausgleichungsrechnung zur Beurteilung der durchgreifenden Kontrolle eines Anschlusses. Die Kenngröße der *inneren Zuverlässigkeit* gibt an, wie groß ein Fehler in einer Beobachtung sein muss, damit er mit der normierten Verbesserung aufgedeckt werden kann. In weiterer Folge kann auch die *äußere Zuverlässigkeit* angegeben werden. Sie beschreibt die Auswirkung eines gerade nicht mehr aufdeckbaren Fehlers auf das Endergebnis der Ausgleichung, also auf die Koordinaten der Messpunkte. Die innere und äußere Zuverlässigkeit sind leichter interpretierbar als der etwas abstrakte Redundanzanteil und werden daher im Folgenden erläutert.

Zunächst noch ein kleiner Exkurs in die Statistik. Wie groß muss ein Fehler in der Beobachtung sein, damit er als grober Fehler erkannt und eliminiert wird? Sind das zum Beispiel bei einer Streckenmessung 3 mm, 6 mm oder erst 30 mm? Ist kein grober Fehler in der Beobachtung enthalten, so hat die normierte Verbesserung den Erwartungswert $E = 0$, siehe Abbildung 5. Ist sie jedoch mit einem groben Fehler behaftet, weicht der Erwartungswert von $E = 0$ je nach Ausmaß des groben Fehlers ab. Wir nehmen zum Beispiel einen Erwartungswert $E = 3,5$ für die normierte Verbesserung an. Wie groß muss nun die normierte Verbesserung sein, dass von einem groben Fehler in der Beobachtung gesprochen werden kann. Nehmen wir zum Beispiel einen Schrankenwert von 3. Der ist naheliegend, da die normierte Verbesserung zu 99,7% zwischen -3 und $+3$ liegt, solange dieser Beobachtung nur zufällige Fehler im Rahmen der Messgenauigkeit anhaften.

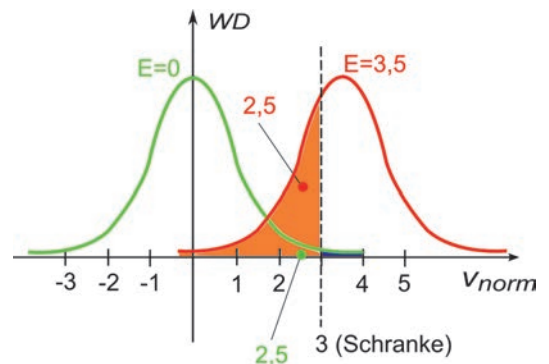


Abb. 5: Fehleranalyse mit normierten Verbesserungen (Wahrscheinlichkeitsdichte WD)

Jetzt stehen wir vor dem Problem, dass natürlich auch grob falsche Beobachtungen von zufälligen Fehlern im Rahmen der Messgenauigkeit überlagert sind. Daher streut eine grob falsche Beobachtung ebenfalls nach der Gauß'schen Glockenkurve, jedoch nicht um $E = 0$ sondern wie in Abbildung 5 zum Beispiel um $E = 3,5$. Angenommen das Ausgleichungsergebnis liefert eine normierte Verbesserung von 2,5. Hat diese Beobachtung einen groben Fehler oder nicht? Die Messung kann einerseits der grünen fehlerfreien Glockenkurve zugehörig sein (grüner Punkt in Abbildung 5), dann sollte die Beobachtung nicht eliminiert werden. Andererseits kann die Beobachtung mit der normierten Verbesserung von 2,5 auch der roten, mit einem groben Fehler behafteten, Glockenkurve angehören (roter Punkt in Abbildung 5). Diese Beobachtung muss natürlich eliminiert werden, da ja der Ausgleichungsalgorithmus nur dann realistische Ergebnisse liefert, wenn keine groben Fehler in den Beobachtungen vorliegen, also alle Beobachtungen ausschließlich mit zufälligen Fehlern behaftet sind. Die orange markierte Fläche in Abbildung 5 gibt nun die Wahrscheinlichkeit an, mit der eine Beobachtung mit grobem Fehler nicht eliminiert wird, wenn die normierte Verbesserung kleiner als die Schranke 3 ist. In der Literatur wird dabei von einem Fehler 2. Art gesprochen, siehe zum Beispiel [1]. Diese Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt hier 31% bei einem Schrankenwert von 3 und dem angenommenen Erwartungswert der normierten Verbesserung eines gerade noch aufdeckbaren groben Fehlers von $E = 3,5$. Die Irrtumswahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art ist abhängig vom Erwartungswert der normierten Verbesserung und somit von der Größe des groben Fehlers. Je größer der grobe Fehler, umso weiter nach rechts läuft die rote Glockenkurve in Abbildung 5, umso kleiner wird die orange markierte Fläche und damit auch die Irrtumswahrscheinlichkeit.

Im Gegensatz dazu kann eine Beobachtung mit einer normierten Verbesserung größer als drei auch der grünen fehlerfreien Glockenkurve zugehörig sein. Diese Beobachtung dürfte also nicht eliminiert werden. Diese Wahrscheinlichkeit wird durch die sehr kleine blau markierte Fläche in Abbildung 5 dargestellt. Hier handelt es sich um einen Fehler 1. Art. Die Irrtumswahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art berechnet sich bei einem Schrankenwert von 3 zu 0,3%. Die Irrtumswahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art ist unabhängig von der Größe des groben Fehlers und somit immer konstant. In der Praxis haben

sich die in Tabelle 6 dargestellten Werte bewährt. Diese Irrtumswahrscheinlichkeiten wurden auch für sämtliche Berechnungen in dieser Publikation herangezogen.

| Fehler | Irrtumswahrscheinlichkeit [%] |
|--------|-------------------------------|
| 1. Art | 0,1 |
| 2. Art | 20 |

Tab. 6: Irrtumswahrscheinlichkeiten

Durch die Angabe der Irrtumswahrscheinlichkeit des Fehlers 1. Art ergibt sich ein neuer Schrankenwert von 3,3 für die normierte Verbesserung. Die Irrtumswahrscheinlichkeit, dass Beobachtungen ohne groben Fehler aufgrund einer normierten Verbesserungen von größer als 3,3 eliminiert werden, liegt somit bei 0,1%. Aus der Irrtumswahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art von 20% und dem Schrankenwert von 3,3 berechnet sich der dazugehörige Erwartungswert der normierten Verbesserung eines gerade noch aufdeckbaren groben Fehlers zu 4,13. Je größer der Erwartungswert der normierten Verbesserung, also je größer das Ausmaß des groben Fehlers, umso geringer ist die Irrtumswahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art. Bei einem Erwartungswert von $E = 5$ beträgt die Irrtumswahrscheinlichkeit nur mehr 4,4%, bei $E = 6$ nur mehr 0,3%. Die normierten Verbesserungen sind bei Vorliegen eines groben Fehlers in der entsprechenden Beobachtung dann hoch, wenn die Redundanzanteile der einzelnen Beobachtungen gut sind, also wie umseitig beschrieben größer als 30%. Das führt uns wieder dazu, dass ein Anschluss durchgreifend kontrolliert sein muss, da nur dann kleine Redundanzanteile in den Beobachtungen vermieden werden können, und damit grobe Fehler aufgrund der normierten Verbesserung gut aufdeckbar sind.

Anschaulicher als der Erwartungswert für die normierte Verbesserung eines gerade noch aufdeckbaren Fehlers ist die innere Zuverlässigkeit. Diese gibt an wie groß der Fehler in einer Beobachtung sein muss, damit dieser mit den in Tabelle 6 angeführten Irrtumswahrscheinlichkeiten entdeckt werden kann. Die Berechnung der inneren Zuverlässigkeit erfolgt nach Formel (2).

$$IZ = \frac{4,13}{\sqrt{r}} \sigma_1 \tag{2}$$

Die innere Zuverlässigkeit IZ ergibt sich somit aus dem Quotienten des Erwartungswertes der normierten Verbesserung (4,13) bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 20% und der Wurzel des Redundanzanteils r , multipliziert mit der Messgenauigkeit σ_1 der Strecken- oder Richtungsbe-

obachtung. Damit kann zu allen Beobachtungen unseres Anschlussbeispiels die entsprechende *innere Zuverlässigkeit* berechnet werden, siehe Tabelle 7. Die Streckengenauigkeit beträgt dabei $3\text{ mm} + 2\text{ ppm}$, die Richtungsgenauigkeit 15^{cc} .

| Festpunkt | $v[\text{cc, mm}]$ | $v_norm[]$ | $r[\%]$ | $IZ[\text{cc, mm}]$ |
|-----------|--------------------|-------------|---------|---------------------|
| EP1 | 1,2 | 0,9 | 0,7 | 778,2 |
| T1 | 25,8 | 2,0 | 72,9 | 72,6 |
| T2 | -13,4 | 1,0 | 74,2 | 72,2 |
| T3 | -3,9 | 0,3 | 73,5 | 72,3 |
| T4 | -9,6 | 0,8 | 73,5 | 72,3 |
| EP1 | -1,1 | 1,5 | 5,2 | 61,9 |

Tab. 7: Innere Zuverlässigkeit

Die *innere Zuverlässigkeit* ist unter Beachtung der Irrtumswahrscheinlichkeiten ein *Schwellenwert*. Sind die Fehler größer als die *innere Zuverlässigkeit*, so wird das durch eine entsprechend große normierte Verbesserung (größer als 3,3) angezeigt. Ist der Fehler kleiner als die *innere Zuverlässigkeit*, ist auch die dazugehörige normierte Verbesserung nicht auffällig und der grobe Fehler bleibt unerkannt. Betrachten wir die Richtungsbeobachtung zum EP1 in Tabelle 7. Die *innere Zuverlässigkeit* für diese Beobachtung beträgt $778,2^{\text{cc}}$. Wie schon erwähnt, schlägt sich der simulierte Fehler von 7 cm des EP1 größtenteils in dieser Beobachtung nieder. 7 cm auf 140 m entsprechen ungefähr 320^{cc} . Da die 320^{cc} deutlich kleiner sind als die *innere Zuverlässigkeit* von $778,2^{\text{cc}}$, ist auch klar, dass dieser Fehler nicht erkannt wird. Hätte diese Beobachtung einen Redundanzanteil von ungefähr 74 % wie die übrigen Richtungsbeobachtungen, wäre der grobe Fehler leicht zu erkennen. Die *innere Zuverlässigkeit* bei diesen Beobachtungen beträgt ja ca. 72^{cc} , womit Fehler ab diesem Schwellenwert erkannt werden und somit auch der 7 cm Fehler im EP1 bzw. der daraus folgende Richtungsfehler von ungefähr 320^{cc} . Die Erhöhung des Redundanzanteils und damit die Verkleinerung der *inneren Zuverlässigkeit* in der

Richtungsbeobachtung zum EP1 ist nur durch eine Veränderung der Netzgeometrie zu erreichen, also zum Beispiel durch eine zusätzliche Streckenmessung zu einem weiteren Festpunkt.

Was passiert nun, wenn ein grober Fehler vorliegt, der von der Größe her der inneren Zuverlässigkeit entspricht? Dieser Fehler wird also gerade nicht erkannt. Wie wird dadurch das Ergebnis der Ausgleichung, also die Koordinaten des Messpunktes PP1 und die Orientierung des Tachymeters OPP1 beeinflusst? Diese Frage beantwortet die *äußere Zuverlässigkeit*. Wie diese Kenngrößen berechnet werden, kann zum Beispiel aus [6] entnommen werden. Vereinfacht gesagt wird für jede Beobachtung eine Ausgleichung berechnet, jedoch mit einem vereinfachten Beobachtungsvektor. Dieser enthält lauter Nullen, bis auf den Betrag der inneren Zuverlässigkeit für jene Beobachtung, für die die *äußere Zuverlässigkeit* berechnet werden soll. Die Ergebnisse der äußeren Zuverlässigkeit sind in Tabelle 8 dargestellt.

Die Größen dY , dX bzw. dL der *äußeren Zuverlässigkeit* geben an, wie stark ein gerade nicht mehr aufdeckbarer Fehler in der Größenordnung der inneren Zuverlässigkeit den Messpunkt PP1 verschiebt. Die Größe dO gibt die Verdrehung der Orientierung bei Vorliegen dieses groben Fehlers an. Diese Verdrehungen der Orientierung von wenigen Zehnersekunden sind bei diesem Anschlussbeispiel vernachlässigbar. Interessanter sind die Verschiebungen dL des Messpunktes. Ein grober Fehler von $778,2^{\text{cc}}$ in der Richtung zum EP1, der gerade nicht mehr aufdeckbar ist, würde den Messpunkt um 10 cm in Y-Richtung und 14 cm in X-Richtung, also in Summe um 17 cm verschieben. Das ist natürlich inakzeptabel, da ja damit etwaige abgeleitete Grenzkatasterpunkte ebenfalls um diesen Vektor verschoben wären.

In Tabelle 8 ist auch schön der Zusammenhang des *Redundanzanteils*, der *inneren Zu-*

| Messung Ri/Str | | | Äußere Zuverlässigkeit | | | |
|----------------|---------|---------------------|------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Vom PP1 zum | $r[\%]$ | $IZ[\text{cc, mm}]$ | $dY[\text{mm}]$ | $dX[\text{mm}]$ | $dL[\text{mm}]$ | $dO[\text{cc}]$ |
| EP1 | 0,7 | 778,2 | 103 | 139 | 173 | 33 |
| T1 | 72,9 | 72,6 | -4 | -3 | 5 | -20 |
| T2 | 74,2 | 72,2 | 1 | -4 | 4 | -16 |
| T3 | 73,5 | 72,3 | -3 | -3 | 5 | -20 |
| T4 | 73,5 | 72,3 | -3 | -3 | 5 | -20 |
| EP1 | 5,2 | 61,9 | -48 | 33 | 59 | -21 |

Tab. 8: Äußere Zuverlässigkeit Komma/Ziffern – bündig

verlässigkeit und der Kenngrößen der äußeren Zuverlässigkeit ersichtlich. Bei gut kontrollierten Beobachtungen, also jenen mit größerem Redundanzanteil, ist die innere Zuverlässigkeit klein. Das bedeutet, dass schon relativ kleine grobe Fehler gut aufdeckbar sind und somit nicht aufdeckbare Fehler den Messpunkt *PP1* nur unwesentlich verändern. Also, wie in Tabelle 8 ersichtlich, würden nicht aufdeckbare Fehler in den gut kontrollierten Beobachtungen *T1–T4* vernachlässigbare Verschiebungen im *PP1* von wenigen Millimetern hervorrufen. Problematisch sind die Beobachtungen zum *EP1*, mit geringem Redundanzanteil. Nicht nur die oben beschriebene Richtungsbeobachtung zum *EP1* ist problematisch, sondern auch die Streckenbeobachtung (Redundanzanteil $r = 5,2$). Es wird erst ein Fehler von 6 cm (!) in der Streckenmessung erkannt. Das würde wiederum zu einer Koordinatenverschiebung von ca. 5 cm in *Y* und 3 cm in *X* führen.

Zusammenfassend bestätigen diese Kenngrößen, dass dieser Anschluss nicht durchgreifend kontrolliert ist. Entstehen nämlich Grenzkatasterpunkte aus solchen Anschlüssen, kann das zu Schwierigkeiten bei Grenzwiederherstellungsverfahren nach §40 Vermessungsgesetz führen. Um zu zeigen, wie einfach eine durchgreifende Kontrolle dieses Anschlusses möglich wäre, wird diesem Anschluss eine zusätzliche Richtungs- und Streckenmessung zum Einschaltpunkt *EP2* hinzugefügt. Die Zuverlässigkeitsanalyse dieses modifizierten Anschlusses ist in Tabelle 9 dargestellt.

Die Bewertung der einzelnen Kenngrößen bestätigt die durchgreifende Kontrolle. Alle Redundanzanteile sind größer als 30%. Der Schwellenwert für die Aufdeckbarkeit der groben Fehler der einzelnen Beobachtungen, also die innere Zuverlässigkeit, ist relativ klein. Dementspre-

chend verursachen gerade nicht mehr aufdeckbare Fehler relativ kleine Verschiebungen dL im Bereich von wenigen Millimetern und sind daher unproblematisch.

Prinzipiell ist zu sagen, dass die durchgreifende Kontrolle bei Vorhandensein von Streckenmessungen zu zumindest zwei *Festpunkten* meistens gewährleistet ist. Kritisch sind somit alle Anschlüsse mit ausschließlich einer Streckenmessung, da hier die durchgreifende Kontrolle zumeist nicht gegeben ist. Eine objektive Entscheidungsgrundlage bilden immer die hier beschriebenen Kenngrößen.

3.2 Graphische Darstellungen der Zuverlässigkeitskenngrößen

So wie die Genauigkeitskenngrößen, zum Beispiel der mittlere Punktlagefehler, graphisch dargestellt werden können, sind auch die Zuverlässigkeitskenngrößen anschaulich visualisierbar. In weiterer Folge soll die Darstellung mit einem *Zuverlässigkeitskreis* und einem *Zuverlässigkeitsrechteck* kurz erläutert werden. Sie werden berechnet aus den Kenngrößen dY und dX der äußeren Zuverlässigkeit, die auch als Zuverlässigkeitsvektor angesehen werden können.

Wie in [2] beschrieben wird zur Berechnung des *Zuverlässigkeitskreises* zunächst der größte Zuverlässigkeitsvektor aus der Zuverlässigkeitsanalyse des Anschlusses gesucht. Dazu greifen wir wieder unser Anschlussbeispiel mit dem simulierten Fehler im *EP1* auf. Die Länge dL des Zuverlässigkeitsvektors in Tabelle 8, also die Lageverschiebung verursacht durch einen gerade nicht aufdeckbaren groben Fehler, kann auch als Radius *RZ* eines Zuverlässigkeitskreises interpretiert werden. Ein Zuverlässigkeitskreis kann für jede einzelne Beobachtung aus der äußeren Zuverlässigkeit dL berechnet werden. Für die

| Messung <i>Ri/Str</i> | | | Äußere Zuverlässigkeit | | | |
|-----------------------|-------------|--------------|------------------------|------------|-----------|------------|
| Vom <i>PP1</i> zum | r [%] | $ Z$ [cc,mm] | dY [mm] | dX [mm] | dL [mm] | dO [cc] |
| <i>EP1</i> | 42,5 | 99,6 | 6 | 8 | 10 | -11 |
| <i>T1</i> | 82,4 | 68,3 | 0 | -1 | 1 | -12 |
| <i>T2</i> | 76,9 | 71,0 | 2 | -2 | 3 | -13 |
| <i>T3</i> | 81,7 | 68,6 | 0 | -1 | 1 | -12 |
| <i>T4</i> | 81,7 | 68,6 | 0 | -1 | 1 | -12 |
| <i>EP1</i> | 52,3 | 19,5 | -7 | 6 | 9 | 4 |
| <i>EP2</i> | 34,4 | 111,1 | -11 | -1 | 11 | -18 |
| <i>EP2</i> | 48,2 | 20,3 | 0 | -11 | 11 | -6 |

Tab. 9: Äußere Zuverlässigkeit bei durchgreifender Kontrolle

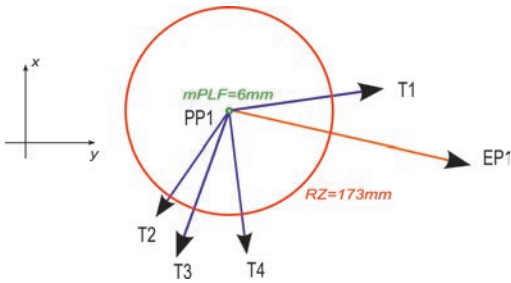


Abb. 6: Zuverlässigkeitskreis

Darstellung interessiert uns natürlich der größte *Zuverlässigkeitskreis*. Dieser beschreibt also die Auswirkung eines gerade nicht mehr aufdeckbaren groben Fehlers der am schlechtesten kontrollierten Beobachtung auf die Koordinaten des Messpunktes. In unserem Beispiel handelt es sich dabei um die Richtungsbeobachtung zum EP1, mit $RZ = 173 \text{ mm}$. Zusammen mit dem mittleren Punktlagefehler (grüner Kreis) ist der *Zuverlässigkeitskreis* (roter Kreis) in Abbildung 6 dargestellt.

Aus Abbildung 6 ist sehr schön ersichtlich, dass der mittlere Punktlagefehler kein hinreichendes Kriterium zur Qualitätsanalyse einer Anschlussmessung ist. Mit anderen Worten ist die Angabe der Genauigkeitsgrößen ohne Angabe der Zuverlässigkeitsgrößen nicht aussagekräftig. Wird nur der mittlere Punktlagefehler von 6 mm aus Tabelle 2 betrachtet, ist man verleitet, von einem sehr guten Anschluss zu sprechen. Erst die Hinzunahme der Zuverlässigkeitsmaße macht deutlich, dass es sich um einen äußerst schlecht kontrollierten Anschluss handelt. Der Messpunkt PP1 kann nämlich Koordinaten innerhalb des Zuverlässigkeitskreises annehmen, wenn ein nicht aufdeckbarer grober Fehler auftritt; im Extremfall also um bis zu 17 cm . Sei es aufgrund einer fehlerhaften Beobachtung oder weil die amtlichen Koordinaten des Festpunktes nicht mehr mit seiner Lage in der Natur übereinstimmen. Das Verhältnis zwischen Radius des Zuverlässigkeitskreises und Radius des mittleren Punktlagefehlers beträgt hier 29!

Eine Alternative zur Visualisierung mit einem Kreis bietet das *Zuverlässigkeitsrechteck*. Das hat den Vorteil, dass auch eine Richtungsinformation der Koordinatenverschiebung bei Vorhandensein eines nicht aufdeckbaren Fehlers gegeben ist, d.h. wird der Messpunkt eher in X- oder Y-Richtung verschoben. Die Länge des Rechtecks ZL entspricht der Länge dL des größten Zuverlässigkeitsvektors (dY , dX) in Tabelle

8 und damit dem Radius des größten Zuverlässigkeitskreises RZ; also in unserem Beispiel der Richtungsbeobachtung zum EP1. Die Orientierung ZO des Rechtecks ergibt sich ebenfalls aus dem größten Zuverlässigkeitsvektor, aus dem Arcustangens von dX und dY . Das führt zu $ZO = 41 \text{ gon}$. Die Breite ZB des Zuverlässigkeitsrechtecks wird so gewählt, dass alle Zuverlässigkeitsvektoren innerhalb des Rechtecks zu liegen kommen. Es ist also ein einhüllendes Rechteck aller Zuverlässigkeitsvektoren. In Abbildung 7 sind jene Zuverlässigkeitsvektoren eingezeichnet, die für die Größe des Rechtecks maßgebend sind. Also der größte, der der äußeren Zuverlässigkeit der Richtungsbeobachtung zum EP1 entspricht (*roter Vektor*). Für die Breite des Rechtecks ist in diesem Fall der zweitgrößte Zuverlässigkeitsvektor verantwortlich, also jener der Streckenbeobachtung zum EP1 (*hellblauer Vektor*).

Aus dieser Darstellung ist graphisch sofort die problematische Richtungsbeobachtung zum EP1 ersichtlich, da das Rechteck nahezu rechtwinkelig zur Richtung zum EP1 ausgerichtet ist.

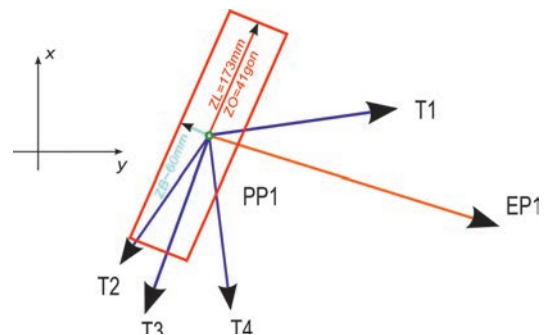


Abb. 7: Zuverlässigkeitsrechteck

3.3 Durchgreifende Kontrolle eines Polygonzuges

Beim Polygonzug handelt es sich grundsätzlich um einen durchgreifend kontrollierten Anschluss. Vorsichtig ist jedoch bei eingehängten Polygonzügen geboten, bei denen keine Messungen am Anfangs- und/oder Endpunkt durchgeführt werden. Es wird an dem in Abbildung 8 dargestellten Polygonzug, der im Zuge der Planbescheinigung beim BEV eingereicht wurde, das Ausmaß der durchgreifenden Kontrolle erörtert.

Dieser Polygonzug wurde eingehängt mit einigen Zwischenorientierungen ($T1$ - $T3$) gemes-

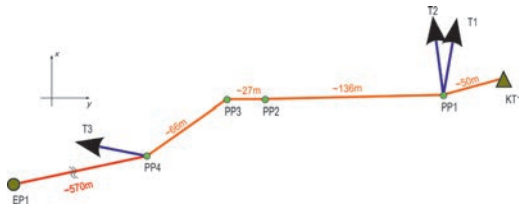


Abb. 8: Polygonzug mit ungunstigen Seitenverhaeltnissen

sen, das bedeutet es wurden Beobachtungen ausschließlich auf den vier Polygonpunkten PP1–PP4 durchgeführt, nicht jedoch auf den Festpunkten EP1 und KT1. Des Weiteren zeichnet sich dieser Polygonzug durch ein relativ ungunstiges Seitenverhaeltnis aus. Betraegt die Strecke zwischen dem Anfangspunkt KT1 des Zuges und dem ersten Polygonpunkt PP1 ca. 50 m, so betraegt die Abschlussstrecke zwischen PP4 und EP1 das Zehnfache, d.h. ca. 570 m. Jetzt stellt sich die Frage, was passiert wenn der Anfangspunkt KT1 gerutscht ist oder ein grober Fehler in der Richtungsmessung zum KT1 auftritt? Inwieweit kann das durch die relativ lange Abschlussseite von 570 m aufgedeckt werden. Dazu fuhren wir eine Zuverlaessigkeitsanalyse durch, der die Irrtumswahrscheinlichkeiten der Tabelle 6, eine Richtungsmessgenauigkeit von 10^{cc} und eine Streckenmessgenauigkeit von 3 mm + 2 ppm zugrunde liegt. Koennen die Standardwerte fuer die Messgenauigkeiten aufgrund von Messfehlern oder Spannungen im Festpunktfeld nicht eingehalten werden, so wird die Anschlussmessung entsprechend unzuverlaessiger, da die Messgenauigkeiten direkt proportional zur inneren Zuverlaessigkeit sind (vgl. Formel

(2)). Die entscheidenden Beobachtungen und die am staerksten beeinflussten Unbekannten sind in Tabelle 10 dargestellt. Generell ist zu sagen, dass ein nicht aufdeckbarer grober Fehler in einer Beobachtung eine Auswirkung auf alle Unbekannten ausuebt, also in unserem Fall auf die 8 Koordinaten der 4 Polygonpunkte und auf die 4 Orientierungen der Tachymetermessungen auf den Polygonpunkten.

Die Zuverlaessigkeitsanalyse in Tabelle 10 zeigt, dass die Richtungsbeobachtung vom PP1 zum KT1 am schlechtesten kontrolliert ist. Es kann erst ein Fehler von 682^{cc} aufgedeckt werden, der wiederum alle Polygonpunkte um bis 5,5 cm (PP1) verschieben wuerde. Damit bestaetigt sich auch unsere Annahme, dass ein Fehler in der Richtung der kurzen Anfangseite PP1 auf KT1 durch die lange Abschlussseite des Polygonzuges vom PP4 zum EP1 relativ schlecht aufgedeckt werden kann. Ein Augenmerk sei auch noch auf die Auswirkung eines nicht aufdeckbaren groben Fehlers auf die Orientierung des Tachymeterkreises gelegt. Die Orientierung des PP3 veraeclschte sich um 152^{cc}, wenn in der Richtung vom PP2 zum PP1 ein gerade nicht mehr aufdeckbarer Fehler von 181^{cc} auftraete. Welche Auswirkung haette diese Verdrehung der Orientierung des PP3 auf einen Grenzpunkt? Das haengt davon ab, wie weit der Grenzpunkt vom PP3 entfernt ist. In der betreffenden Teilungsurkunde sind die Grenzpunkte ca. 60 m vom PP3 entfernt. 152^{cc} auf 60 m entsprechen einem Fehler beim Grenzpunkt von 1,4 cm, also unproblematisch. Befaende sich ein Grenzpunkt weiter entfernt zum Beispiel 200 m, dann fuehrte

| Messung Ri Str | | IZ | PP1 | PP2 | PP3 | PP4 | PP3 |
|------------------|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| von | zu | [mm,cc] | dL [mm] | dL [mm] | dL [mm] | dL [mm] | dO [cc] |
| PP4 | EP1 | 65,0 | 1,1 | 4,3 | 5,6 | 9,0 | -17,1 |
| | PP3 | 178,2 | 0,7 | 3,1 | 6,3 | 20,8 | 21,8 |
| PP3 | PP4 | 184,5 | 0,5 | 4,1 | 7,8 | 5,3 | -27,9 |
| | PP2 | 184,5 | 0,5 | 4,1 | 7,8 | 5,3 | 27,9 |
| PP2 | PP3 | 181,3 | 0,6 | 4,6 | 0,6 | 1,5 | -29,7 |
| | PP1 | 181,3 | 0,6 | 4,6 | 0,6 | 1,5 | -151,7 |
| PP1 | PP2 | 138,1 | 1,2 | 24,7 | 27,2 | 26,8 | 106,5 |
| | KT1 | 681,6 | 54,8 | 51,8 | 50,4 | 47,1 | -14,7 |
| PP4 | EP1 | 27,6 | 6,4 | 10,0 | 13,2 | 16,4 | 0,7 |
| PP1 | KT1 | 28,1 | 21,6 | 18,0 | 14,9 | 11,7 | 3,2 |

Tab. 10: Zuverlaessigkeitsanalyse Polygonzug

das zu einem Fehler am Grenzpunkt von 4,8 cm, bei 300 m zu 7,2 cm.

Ist dieser Polygonzug besser durchgreifend kontrolliert, wenn auch zusätzlich am Anfangs- und Endpunkt des Zuges Messungen durchgeführt werden? Wie sieht die Zuverlässigkeit aus, wenn die Seitenverhältnisse günstiger sind? Die Netzkonfiguration des verbesserten Polygonzuges ist in Abbildung 9 dargestellt.

Um günstigere Seitenverhältnisse zu simulieren, wird bei den Varianten 3 und 4 an einem

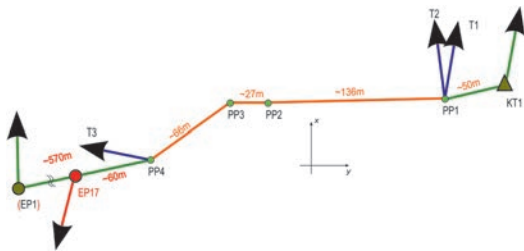


Abb. 9: Netzgeometrie des verbesserten Polygonzuges

fiktiven EP 17 abgeschlossen. Dieser ist nur 60 m vom PP4 entfernt, entspricht also ungefähr der Länge der ersten Polygonzugseite vom KT1 zum PP1. In Tabelle 11 ist die Zuverlässigkeitsanalyse von vier Varianten dargestellt, jeweils mit der maximalen Auswirkung auf die Polygonpunkte in der Lage dL und der Orientierung dO, die ein nicht aufdeckbarer grober Fehler in einer Beobachtung (kritische Beobachtung) verursachen kann. Der Polygonzug wird für beide Varianten – ungünstiger Abschluss am EP1 und günstigerer

Abschluss am EP17 – jeweils eingehängt und an- und abgeschlossen berechnet. Variante 1 entspricht damit der Zuverlässigkeitsanalyse Zuverlässigkeitsanalyse der Tabelle 10.

Betrachten wir zunächst die ersten beiden Varianten in Tabelle 11, Polygonzug mit ungünstigen Seitenverhältnissen, also Endpunkt EP1. Die Auswirkung auf die Lage des Polygonpunktes bei Vorhandensein eines nicht aufdeckbaren groben Fehlers ist im an- und abgeschlossen Fall (Variante 2) deutlich geringer als im eingehängten Fall (Variante 1), im speziellen 2,1 cm statt 5,2 cm im PP2. Wird dieser Polygonzug an- und abgeschlossen gemessen, so ist er um mehr als 50% zuverlässiger. Im Gegensatz dazu ist die Auswirkung auf die Orientierung nahezu unabhängig davon, ob der Zug an- und abgeschlossen gemessen ist oder nicht.

Sind die Seitenverhältnisse günstiger (Endpunkt EP17), dann ist die Zuverlässigkeit des Polygonzuges aufgrund der Geometrie deutlich besser. Variante 3 lässt nur mehr eine maximale unbemerkbare Lageverschiebung von 2 cm zu, im Vergleich zu den 5,5 cm bei ungünstigen Seitenverhältnissen in der Variante 1. Wird auch noch an- und abgeschlossen gemessen (Variante 4), so können sämtlich Polygonpunkte nur mehr um maximal 0,7 cm unbemerkt verschoben werden.

Um die Polygonzugsanalyse abzurunden, sei noch auf die generelle Problematik von ausschließlich eingehängten Polygonzügen hingewiesen. Die durchgreifende Kontrolle des in Abbildung 8 dargestellten Polygonzuges fußt auf

| | PP1 | | PP2 | | PP3 | | PP4 | |
|-------------|---|----------|---------|---------|----------|---------|----------|--------|
| Ri/Str | dL[mm] | dO[cc] | dL[mm] | dO[cc] | dL[mm] | dO[cc] | dL[mm] | dO[cc] |
| Variante 1 | 54,8 | -28,4 | 51,8 | -142,5 | 50,4 | -151,7 | 47,1 | -26,8 |
| krit. Beob. | PP1-KT1 | PP4-EP1 | PP1-KT1 | PP3-PP4 | PP1-KT1 | PP2-PP1 | PP1-KT1 | PP1-T1 |
| Variante 2 | 7,3 | -28,3 | 21,2 | -141,1 | 23,2 | -151,3 | 22,5 | -23,7 |
| krit. Beob. | PP1-KT1 | PP4-EP1 | PP1-PP2 | PP3-PP4 | PP1-PP2 | PP2-PP1 | PP1-PP2 | PP1-T1 |
| Variante 3 | 20,6 | -49,0 | 14,4 | -133,9 | 14,3 | -146,9 | 17,8 | -21,4 |
| krit. Beob. | PP1-KT1 | PP4-EP17 | PP1-KT1 | PP3-PP4 | PP4-EP17 | PP2-PP1 | PP4-EP17 | PP1-T1 |
| Variante 4 | 7,0 | -40,2 | 6,1 | -130,9 | 5,8 | -145,8 | 7,1 | -19,5 |
| krit. Beob. | PP1-KT1 | PP4-EP17 | PP1-PP2 | PP3-PP4 | PP1-PP2 | PP2-PP1 | PP4-EP17 | PP1-T1 |
| Variante 1 | Polygonzug wie in Abbildung 8: Eingehängt mit Zwischenorientierungen | | | | | | | |
| Variante 2 | Polygonzug wie in Abbildung 8/9: Wie Variante1, jedoch an- und abgeschlossen | | | | | | | |
| Variante 3 | Polygonzug wie in Abbildung 9: Eingehängt mit Zwischenorientierungen, Endpunkt EP17 | | | | | | | |
| Variante 4 | Polygonzug wie in Abbildung 9: Wie Variante3, jedoch an- und abgeschlossen | | | | | | | |

Tab. 11: Zuverlässigkeitsanalyse bei verschiedenen Polygonzugsvarianten

| | PP1 | | PP2 | | PP3 | | PP4 | |
|-------------|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Ri / Str | dL[mm] | dO[cc] | dL[mm] | dO[cc] | dL[mm] | dO[cc] | dL[mm] | dO[cc] |
| Variante 5 | 270,0 | -1328,0 | 993,9 | -1905,8 | 952,1 | -3309,6 | 853,9 | -3310,5 |
| krit. Beob. | PP2-PP3 | PP4-EP1 | PP2-PP3 | PP3-PP4 | PP2-PP3 | PP2-PP3 | PP2-PP3 | PP2-PP3 |
| Variante 6 | 11,0 | -198,0 | 33,0 | -173,1 | 34,4 | -140,1 | 43,0 | -121,0 |
| krit. Beob. | KT1-PP1 | PP4-EP1 | KT1-PP1 | PP3-PP4 | KT1-PP1 | PP2-PP1 | PP4-EP1 | PP1-KT1 |
| Variante 7 | 69,9 | -167,7 | 53,3 | -210,9 | 48,3 | -185,4 | 41,2 | -857,1 |
| krit. Beob. | PP1-KT1 | PP4-EP1 | PP2-PP3 | PP3-PP4 | PP3-PP4 | PP2-PP3 | PP2-PP3 | PP1-PP2 |
| Variante 5 | Polygonzug wie in Abbildung 8: Eingehängt, aber keine Zwischenorientierungen | | | | | | | |
| Variante 6 | Polygonzug wie in Abbildung 8/9: Eingehängt plus Aufstellung am KT1, keine Zwischenori. | | | | | | | |
| Variante 7 | Polygonzug wie in Abbildung 8/9: Eingehängt plus Aufstellung am EP1, keine Zwischenori. | | | | | | | |

Tab. 12: Zuverlässigkeitsanalyse bei eingehängten Polygonzügen

den beobachteten Zwischenorientierungen in den Punkten PP1 und PP4. Werden keine Zwischenorientierungen gemessen, so ist der Polygonzug nicht durchgreifend kontrolliert. Neben dieser Variante 5 wird in Tabelle 12 auch noch die Zuverlässigkeit zweier weiterer Polygonzugsvarianten analysiert. Im Speziellen, wenn bei diesem eingehängten Polygonzug keine Zwischenorientierungen vorliegen, aber zusätzlich Messungen am Anfangspunkt KT1 oder am Endpunkt EP1. Mit anderen Worten, es wird nur auf einem der beiden Festpunkte aufgestellt. Diese Polygonzugsvariante kommt in der Planbescheinigung relativ häufig vor.

In Tabelle 12 ist sehr schön die Unzuverlässigkeit bzw. die nicht durchgreifende Kontrolle des eingehängten Polygonzuges ohne Zwischenorientierungen (Variante 5) erkennbar. Der PP2 kann sich unbemerkt um nahezu einen Meter verschieben! Die eingehängten Polygonzüge mit Aufstellung auf nur einem der beiden Festpunkte sind grenzwertig. Vor allem bei der Variante 7 (Aufstellung am ca. 570 m entfernten EP1) ist die durchgreifende Kontrolle eigentlich nur sehr eingeschränkt gegeben. Der PP1 kann um bis zu 7 cm unbemerkt verschoben und die Orientierung des PP4 um bis zu 860^{cc} verdreht werden. Anzumerken ist nochmals, dass die Kenngrößen der Äußeren Zuverlässigkeit unter der Annahme berechnet sind, dass eine Richtungsmessgenauigkeit von 10^{cc} und eine Streckenmessgenauigkeit von 3 mm + 2 ppm eingehalten werden. Bestätigen sich diese apriori Genauigkeiten in der Ausgleichung aufgrund von Fehlern in den Festpunkten nicht, so verschlechtern sich die Kenngrößen der Äußeren Zuverlässigkeit in etwa proportional zur Verschlechterung der Messgenauigkeiten.

3.4 Mögliche Schrankenwerte für die äußere Zuverlässigkeit

Nachdem wir nun Kenngrößen für die durchgreifende Kontrolle gefunden haben, stellt sich die Frage nach Schrankenwerten. Mit anderen Worten: Wie weit darf ein Messpunkt (Polygonpunkt) durch einen nicht aufdeckbaren groben Fehler in seiner Lage maximal verschoben werden bzw. um wie viel darf die Orientierung durch einen nicht aufdeckbaren groben Fehler verdreht werden.

Die mittlere Punktlagegenauigkeit eines Messpunktes muss nach §6(1)VermV2010 weniger als 4 cm betragen (Konfidenzbereich 63%). Das entspricht einer maximal möglichen Abweichung des Messpunktes von 10 cm. Das ergibt sich aus der mittleren Punktlagegenauigkeit bei einem Konfidenzbereich von 99,7% (4 cm * 2,4 = 9,6 cm ≈ 10 cm). Jetzt scheint es sinnvoll zu sein, dass sich der Messpunkt durch nicht aufdeckbare grobe Fehler nicht in einem höheren Ausmaß verschiebt als die geforderte Punktlagegenauigkeit angibt, also um nicht mehr als 10 cm. In Tabelle 13 ist der Schrankenwert für eine maximale Lageverschiebung des Messpunktes zusammengefasst.

| Messpunkte | [cm] |
|--------------|------|
| mPLG (63%) | 4 |
| mPLG (99,7%) | 10 |
| dL max | 10 |

Tab. 13: Schrankenwert Lageverschiebung

Bei der Auswirkung von nicht aufdeckbaren groben Fehlern auf die Orientierung, ist die Bestimmungsgenauigkeit der Grenzpunkte nach §6(2)VermV2010 maßgebend. Diese sind ja nach §5(4) kontrolliert zu bestimmen, wobei

| Entfernung Messpunkt (Polygonpunkt) – Grenzpunkt [m] | | | | | | | |
|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 20 | 50 | 75 | 100 | 200 | 300 | 500 | 1000 |
| 1592 | 637 | 424 | 318 | 159 | 106 | 64 | 32 |
| maximal zulässige Verdrehung der Orientierung dO [cc] bei einem nicht aufdeckbaren groben Fehler, damit §6(2)VermV2010 eingehalten | | | | | | | |

Tab. 14: Schrankenwert Orientierung

bei dieser Kontrollmessung der Grenzpunkt um maximal 5 cm abweichen darf. Jetzt stellt sich die Frage, wie weit sich die Orientierung durch nicht aufdeckbare grobe Fehler verdrehen darf bzw. wie weit der Grenzpunkt vom Messpunkt entfernt sein darf, damit diese 5 cm eingehalten werden. In Tabelle 14 ist die maximale zulässige Verdrehung der Orientierung, abhängig von der Entfernung zum zu bestimmenden Grenzpunkt, aufgetragen.

Wird ein 100 m entfernter Grenzpunkt bestimmt, so darf ein nicht aufdeckbarer Orientierungsfehler maximal 318^{cc} betragen. Wie in Tabelle 14 ersichtlich, muss der Polygonzug umso zuverlässiger sein, je weiter die Entfernung zwischen Polygonpunkt und Grenzpunkt ist. Des Weiteren ist anzumerken, dass eine Zuverlässigkeitsanalyse bereits apriori, also noch ohne Messdaten, erfolgen kann. Notwendig dafür sind ausschließlich die *Richtungs- und Streckengenauigkeiten* des eingesetzten Tachymeters und die *Irrtumswahrscheinlichkeiten 1. und 2. Art*. Den Schrankenwerten in Tabelle 13 und Tabelle 14 liegen folgende Messgenauigkeiten und Irrtumswahrscheinlichkeiten zugrunde, aufgelistet in Tabelle 15.

| | |
|---|------------------|
| Richtungsmessgenauigkeit | 10 ^{cc} |
| Streckenmessgenauigkeit | 3mm + 2ppm |
| Irrtumswahrscheinlichkeit Fehler 1. Art | 0,10 % |
| Irrtumswahrscheinlichkeit Fehler 2. Art | 20 % |

Tab. 15: notwendige Parameter für Zuverlässigkeitsanalyse

Können die apriori Richtungs- und Streckengenauigkeiten nicht eingehalten werden, so ist der Anschluss entsprechend unzuverlässiger. Letztendlich ist die erreichte Zuverlässigkeit a posteriori zu bestimmen, also mit den tatsächlich erreichten Richtungs- und Streckenmessgenauigkeiten.

Beurteilen wir nun die Zuverlässigkeitsanalyse der beiden Anschlussbeispiele mit den oben beschriebenen Schrankenwerten. Zunächst betrachten wir die sehr schwach konfigurierte „Freie Stationierung“ mit nur einer Streckenmessung zu einem Festpunkt (siehe Abbildung 1).

Aus der Zuverlässigkeitsanalyse in Tabelle 8 greifen wir den größten Zuverlässigkeitsvektor des *PP1* heraus, also die maximale unbemerkbare Lageverschiebung von 173 mm und der maximale unbemerkbare Orientierungsfehler von 33^{cc}. Das ist jener Zuverlässigkeitsvektor der aufgrund eines maximalen unbemerkbaren Fehlers in der Richtungsbeobachtung vom *PP1* zum *EP1* entsteht. Diese Lageverschiebung von 17,3 cm liegt deutlich über dem Schwellenwert von 10 cm. Der Anschluss ist damit nicht durchgreifend kontrolliert.

Betrachten wir die Zuverlässigkeitsanalysen der eingehängten Polygonzüge. Abhängig davon, ob und wie viele Zwischenorientierungen gemessen wurden, können eingehängte Polygonzüge durchgreifend kontrolliert sein. Der eingehängte Polygonzug in Tabelle 10 (entspricht Variante 1 in Tabelle 11) weist zum Beispiel eine maximale unbemerkbare Lageverschiebung von 5,5 cm auf, und liegt damit unter den Schrankenwerten aus Tabelle 13. Dieser Polygonzug ist also unter der Voraussetzung der Einhaltung der apriori Messgenauigkeiten in Tabelle 15 durchgreifend kontrolliert.

Keine durchgreifende Kontrolle liegt vor, wenn keine Zwischenorientierungen gemessen wurden (Variante 5 in Tabelle 12). Waren keine Zwischenorientierungen möglich und wurde nur auf einem der beiden Festpunkte gemessen, so ist die durchgreifende Kontrolle des Polygonzuges grenzwertig. Bei unserem Polygonzugsbeispiel ist eine durchgreifende Kontrolle bei Aufstellung am *KT1* gegeben (Variante 6 in Tabelle 12). Bei Aufstellung am *EP1* ist die Sachlage schon kritischer. Ein unbemerkbarer Richtungsfehler in der Richtung vom *PP1* auf *PP2* kann die Orientierung um bis zu 857^{cc} verfälschen. Damit dürfte ein vom *PP4* abgeleitete Grenzpunkt nach Tabelle 14 nur ca. 37 m entfernt sein, damit der Grenzpunkt nicht unbemerkt um mehr als 5 cm verschoben wird. Vorausgesetzt ist wieder die Einhaltung der apriori Messgenauigkeiten.

Unproblematisch bezüglich der durchgreifenden Kontrolle sind an- und abgeschlossene Polygonzüge. Als Vergleiche dazu dienen die Varianten 2 und 4 in Tabelle 11.

4. Zusammenfassung und Ausblick

4.1 Zusammenfassung

Dieser Beitrag soll vor allem den Blick auf die *durchgreifende Kontrolle von terrestrischen Anschlussmessungen* schärfen. Die durchgreifende Kontrolle einer Anschlussmessung ist notwendig, damit grobe Fehler nicht unbemerkt die Koordinaten der Messpunkte und in weiterer Folge der Grenzpunkte verfälschen. Grobe Fehler beziehen sich dabei einerseits auf Messfehler, wie zum Beispiel ein grober Fehler in der Zielpunktansprache, die aufgedeckt werden müssen. Andererseits können grobe Fehler auch in den Koordinaten der Festpunkte vorliegen, sei es durch Rutschungen, Beschädigungen oder Netzspannungen. Die durchgreifende Kontrolle wird zwar schon in der *österreichischen Vermessungsverordnung 1994* vorgeschrieben, wurde bisher aber etwas stiefmütterlich behandelt. Das liegt zum einen daran, dass die Vorgehensweise bei der Zuverlässigkeitsanalyse vielleicht vom Studium her nicht mehr so geläufig ist, zum anderen werden in der Vermessungsverordnung keine expliziten Kenngrößen zur Beurteilung der Zuverlässigkeit des Anschlusses gefordert. Die Schweizer Vermessungsverordnung [7] geht da schon etwas weiter, da sie explizit die Abgabe von Zuverlässigkeitskenngrößen vorschreibt.

Von Seiten der Planverfasser ist natürlich ein Mehraufwand bei der Planerstellung zu vermeiden. Der wird auch nicht gegeben sein, da die Mehrzahl an Anschlüssen die oben beschriebenen Schrankenwerte der Zuverlässigkeitsanalyse einhalten. Verhindert werden sollen jedoch Anschlüsse mit ausschließlich einer Streckenmessung zu einem einzigen Festpunkt und sehr schwach konfigurierte Polygonzüge. Die werden in überwiegender Mehrheit die Schrankenwerte übersteigen und können auch in Zeiten von Satellitenpositionierungssystemen mit oft sogar weniger Aufwand durch GNSS Anschlüsse ersetzt werden. Wie die durchgreifende Kontrolle bei GNSS Anschlüssen aussieht, wird noch gesondert zu erörtern sein.

Ein weiteres Augenmerk wurde in diesem Beitrag auf die rechtlichen Rahmenbedingungen gelegt, vor allem wie genau ein Grenzpunkt nach der neuen *österreichischen Vermessungsverordnung 2010 – VermV2010* bestimmt bzw. rekonstruiert werden kann. Sind die Anschlussbedingungen wie bei der Erstbestimmung des Grenzpunktes nicht mehr vorhanden oder nicht wiederherstellbar, so liegt die obere Schranke für die Rücksteckungsgenauigkeit des Grenzpunk-

tes nach *VermV2010* bei *13 cm*. Inwieweit wir uns dieser Schranke nähern, ist davon abhängig, wie genau die Messpunkte, also Polygonpunkte, bestimmt werden können. Das hängt wiederum, grobe Messfehler ausgenommen, an der Güte der Festpunkte. Passen die Koordinaten der Festpunkte nicht mit deren Lage in der Natur zusammen, so führt das zu entsprechend großen Verbesserungen in der Ausgleichung und damit zu einer entsprechend großen mittleren Punktlaugenauigkeit. Voraussetzung, damit sich Fehler in den Verbesserungen niederschlagen, ist ein durchgreifend kontrollierter Anschluss. Denn ist dieser nicht durchgreifend kontrolliert, bleiben die Verbesserungen klein und der Fehler geht unbemerkt in die Koordinaten der Messpunkte.

4.2 Ausblick

Kommt es bei einer Rücksteckung von Grenzpunkten zu Abweichungen an den in der Natur vorhandenen Grenzzeichen, so stellt sich die Frage, ob die Abweichung von einer Grenzveränderung oder von Problemen der Festpunkte herrührt. Diese Trennung ist in der Praxis nicht immer einfach. Um den Einfluss des Festpunktfeldes nahezu zu eliminieren, ist ein Koordinatensystemwechsel auf das *System ETRS89 (European Terrestrial Reference System)* anzustreben. Das heute für den Kataster relevante *System MGI* wird durch die ca. *247.000 Triangulierungs- und Einschaltpunkte* realisiert. Dieses *System MGI* weist aufgrund der Entstehungsgeschichte lokale Netzspannungen auf. Des Weiteren können sich die Festpunkte in der Natur durch Rutschung oder Beschädigung in der Lage verändern. Diese Einflüsse müssen dann bei den Anschlussmessungen beachtet werden. Eine ständige Revidierung aller Festpunkte ist in Zeiten von Budgetknappheit nicht mehr finanzierbar, aber auch in technischer Hinsicht nicht mehr sinnvoll.

Im *System ETRS89* hingegen, wird das Koordinatensystem durch Festpunkte realisiert, auf denen *permanent Messungen* durchgeführt werden, zum Beispiel durch die APOS Permanentstationen. Werden Grenzpunkte nun im *System ETRS89* eingemessen, so weisen sie eine weitaus bessere Genauigkeit auf als im *System MGI*, da sie unabhängig von den Netzspannungen sind. Liegt die obere Schranke für die Grenzpunktgenauigkeit im *System MGI* noch bei *13 cm*, so wäre sie im *System ETRS89* weitestgehend nur von der *GNSS Punktbestimmungsgenauigkeit* beeinflusst. Sie würde dann in etwa *5 cm* (Konfidenzbereich *99,7%*) betragen und

Grenzpunkte könnten auch absolut mit dieser Genauigkeit rückgesteckt werden. Es wäre also eine beachtliche Qualitätssteigerung des Grenzkatasters.

Für einen solchen Systemwechsel ist noch eine Vielzahl von Fragen in technischer und vor allem rechtlicher Hinsicht zu klären. Ein Systemwechsel könnte zum Beispiel zu einem Stichtag erfolgen, ab diesem dann die Vermessungen im Kataster im System *ETRS89* durchgeführt werden. Was passiert dann mit dem Grenzkataster im System *MGI*? Technisch kann der Übergang mit einer gitterbasierten Transformationsfläche erfolgen. Diese entsteht aus Festpunkten, deren Koordinaten sowohl im System *MGI* als auch im System *ETRS89* vorhanden sind. An dieser Transformationsfläche wird zurzeit am BEV gearbeitet.

Referenzen

- [1] Michael Möser et al. *Handbuch Ingenieurgeodäsie: Grundlagen*, 2012.
- [2] Alessandro Carosio. *Fehlertheorie und Ausgleichsrechnung Band 1*, ETH Zürich Institut für Geodäsie und Photogrammetrie Bericht 310, 2008.
- [3] Erich Imrek. *Neurechnung des Festpunktfeldes? – Gründe*, EVM63/1991.
- [4] Anton Kossina. *Die Genauigkeitsaussage des mittleren Punktlagefehlers*. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen 1972, 60. Jg., Heft Nr.1
- [5] Karl Kraus. *Photogrammetrie Verfeinerte Methoden Band 2*, 1996.
- [6] Wolfgang Niemeier. *Ausgleichsrechnung*, 2001.
- [7] Die Bundesbehörden der Schweizerischen Eidgenossenschaft *Technische Verordnung des Departements für Verteidigung, Bevölkerungsschutz und Sport über die amtliche Vermessung*, 2008.
- [8] Christoph Twaroch. *Kataster und Vermessungsrecht; Kommentar*, 2009.
- [9] Christoph Twaroch. *Kataster und Vermessungsrecht; Kommentar 2. überarbeitete Auflage*, 2012.
- [10] Günter Reißmann. *Die Ausgleichsrechnung 3. Auflage*, 1972.

Anschrift des Autors

Dipl.-Ing. Franz Blauensteiner, Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Abt. V1 – Grundlagen, Schiffamtsgasse 1–3, 1020 Wien.

E-mail: franz.blauensteiner@bev.gv.at

